

Fremtidens matematik i folkeskolen

Rapport fra

**Udvalget til forberedelse af en
handlingsplan for matematik i folkeskolen**

2006

Indhold

1. Indledning og baggrund	2
Struktur for rapporten.....	4
2. Besvarelse af kommissoriet	6
3. Udvalgets anbefalinger	16
Indsatsområde I: Matematiklæreres professionelle identitet, herunder grund-, efter- og videreuddannelse.....	16
Indsatsområde II: Ressourcepersoner og resourcecentre	20
Indsatsområde III: Matematikdidaktisk forskning og nyttiggørelse heraf.....	23
Indsatsområde IV: Nye officielle bestemmelser for faget matematik, herunder en justeret formålsformulering	26
Indsatsområde V: Matematikundervisningens tilrettelæggelse og materialer	28
Indsatsområde VI: Evaluering og evalueringskultur i matematikundervisningen.....	30
Indsatsområde VII: Bedre overgang til ungdomsuddannelserne	34
4. Resumé af udvalgets anbefalinger	35

1. Indledning og baggrund

Det fremgår af regeringsgrundlaget fra februar 2005, "Nye mål", at regeringen agter at fremlægge handlingsplaner for styrkelse af folkeskolen generelt, og mere specifikt for at løfte det faglige niveau i en række fag, herunder matematik. På baggrund heraf, og af regeringens debatoplæg til globaliseringsrådets møde den 18.-19. august 2005 "Verdens bedste folkeskole - vision og strategi", blev der af undervisningsminister Bertel Haarder i oktober 2005, med beskikkelsesbrev dateret den 5. oktober, nedsat et udvalg til at forberede en handlingsplan for matematik. Den foreliggende rapport er resultatet af matematikudvalgets arbejde. Udvalget afgiver sin rapport i enighed.

Udvalgets sammensætning er følgende:

Mogens Niss (formand), professor i matematik og matematikkens didaktik, Roskilde Universitetscenter

Marikka Andreassen, lektor, Silkeborg Seminarium

Kim Foss Hansen, udviklingskonsulent, Firma Foss Hansen

Jesper Matthiasen, lektor, Århus Akademi

Arne Mogensen, lektor, Århus Dag- og Aftenseminarium

Mikael Skånstrøm, lærer, Statens Pædagogiske Forsøgscenter

Christine Holm (faglig sekretær), konsulent, Center for Naturfagernes Didaktik, Københavns Universitet

Udvalget har i arbejdet modtaget imødekomende og effektiv hjælp fra kontorchef Bodil Horn og chefkonsulent Birgitte Klingsey fra Undervisningsministeriet.

Udvalget blev nedsat med følgende kommissorium, dateret 5. september 2005:

Udvalget skal:

- Vurdere nuværende indhold og progression i faget set i forhold til fremtidens udfordringer og de krav der stilles om matematisk viden videre frem i uddannelsessystemet og anbefale eventuelle ændringer.
- Vurdere og anbefale eksisterende og nye metoder samt materialer til styrkelse af elevernes faglige niveau.
- Vurdere og anbefale eksisterende og nye metoder til nyttiggørelse af forskningsresultater.
- Vurdere og kommentere behovet for inddragelse af udenlandske erfaringer om øget central indflydelse på udarbejdelse og brug af undervisningsmaterialer.
- Vurdere og kommentere behovet for og måder til at inddrage forældrevinklen ud fra den erfaring, at mange forældre har svært ved at hjælpe deres børn med matematik.
- Pege på yderligere faktorer, der har betydning for udvikling af matematikfaget.

Udvalget holdt sit første møde 4. november 2005 og har i perioden herfra og til 31. januar afholdt yderligere 3 møder af hver to dages varighed. Møderne har først og fremmest været benyttet til at drøfte principperne, prioriteterne og retningslinjerne for arbejdet samt til at kommentere tekststudiekast. Frembringelsen af tekststudiekast og skrivning af rapporten har været varetaget af udvalgets faglige sekretær og formanden i forening.

Under iagttagelse af tidsrammerne for arbejdet har udvalget valgt at afgive en relativt kort rapport, hvorfor det ikke er muligt at komme med dokumentation for påstande og vurderinger og give kildehenvisninger i særligt omfang. Tidsrammerne for udvalgsarbejdet har heller ikke tilladt udvalget at foretage egne undersøgelser og analyser, hvorfor arbejdet bygger på medlemmernes samlede ekspertise og erfaringer samt kendskab til national og international forskning og udviklingsvirksomhed på feltet. I særlig grad har udvalget taget afsæt i de analyser og resultater, som findes i rapporten ”Kompetencer og matematiklæring – ideer og inspiration til udvikling af fremtidens matematikundervisning i Danmark”(Mogens Niss og Tomas Højgaard (red.), Uddannelsesstyrelsen temahæfteserie nr. 18, 2002) og ”Fremtidens uddannelser – den ny faglighed og dens forudsætninger” (Henrik Busch, Nikolaj Frydensbjerg Elf og Sebastian Horst, Undervisningsministeriet 2004), og udvalget kan konstatere at dets anbefalinger harmonerer fint med anbefalingerne i disse publikationer, hvorfor det anbefales regeringen også at inddrage erfaringerne herfra i handlingsplanen for matematik.

Det indgår i udvalgets kommissorium, at udvalget skal koordinere sine overvejelser og anbefalinger med anbefalingerne fra det tilsvarende udvalg for naturfagene. I udvalgets sammensætning, gennem de to formænd og ved valget af faglige sekretærer er der sikret en løbende kontakt til naturfagsudvalget og udveksling af ideer og betragtninger mellem udvalgene. Endvidere har der på formandsniveau også været kontakt mellem samtlige fire handlingsplansudvalg i matematik, naturfag, læsning og engelsk, og det kan konstateres at de fire udvalgs betragtninger i mange henseender stemmer overens.

I beskikkelsesbrevet til udvalget anføres endvidere, at udvalget skal lægge vægt på initiativer som ikke indebærer offentlige merudgifter. Selvom det ligger uden for udvalgets opgave og kompetence at foretage egentlige analyser vedrørende de udgifter som kræves for at iværksætte den enkelte anbefaling, finder udvalget, at det samlet set må være muligt at gennemføre de fleste af anbefalingerne ved omprioriteringer inden for de samlede statslige og kommunale budgetter. En del af anbefalingerne vil isoleret set kræve betragtelige ressourcer, som imidlertid er nødvendige hvis den ønskede styrkelse af matematik i folkeskolen skal finde sted. Men det er her vigtigt at være opmærksom på, at investeringer et sted ofte også vil give afkast på andre niveauer, således at udgifterne ikke blot kan ses som en sum af udgifterne for de enkelte anbefalinger. De samlede anbefalinger fra matematikudvalget skal i høj grad ses som en helhed der indebærer betydelige synergieffekter, hvilket også gælder når man ser på de samlede anbefalinger fra de fire handlingsplansudvalg. Der er yderligere grund til at gøre opmærksom på, at udvalget har afstået fra at fremsætte forslag om øget timetal for faget i folkeskolen, selv om dette naturligvis kunne have positive virkninger. Imidlertid vil der komme langt mere omfattende positive virkninger ud af at investere ressourcer i de forslag som er nævnt i udvalgets anbefalinger.

Inden vi går over til en kort præsentation af strukturen for rapporten anser vi det for væsentligt på dette sted at fremsætte en overordnet betragtning. I udvalgets besvarelse af kommissoriets punkter og i begrundelsen for de fremsatte anbefalinger vil man finde adskillige kritiske betragtninger over vilkår for og tilstande i matematikundervisningen i folkeskolen. Nogle af disse kritiske betragtninger kan ved en overfladisk læsning opfattes som en kritik af lærere, seminarier, lærebogsforfattere, kommunale og statslige myndigheder og myndighedspersoner m.m.fl. Det er udvalget magtpåliggende at gøre det klart, at dette vil være en fejllæsning af rapporten. De problemer vi påpeger er systemproblemer, dvs. problemer som først og fremmest hidrører fra den måde hvorpå det danske samfund har besluttet sig for at indrette skolen, matematikfaget, læreruddannelserne, forskningssystemet m.v. Systemproblemer må behandles på systemniveau, dvs. af det samlede politiske og administrative system i landet, og ikke ved at fremsætte uberettigede bebrejdelser mod de institutioner

og aktører som for langt de flestes vedkommende gør deres arbejde så godt de kan, inden for de rammer der bydes dem.

Struktur for rapporten

I denne rapportens kapitel 2 gennemgås kommissoriets enkelte punkter, og udvalgets vurderinger og svar på dem fremsættes, ligesom det anføres hvilke typer af anbefalinger, som vurderinger og svar leder frem til. Særligt gennemgås de yderligere faktorer, som udvalget finder det påkrævet at tage op for at man kan opnå den ønskede styrkelse af det faglige niveau i matematik.

I kapitel 3, rapportens centrale kapitel, fremsætter udvalget sine anbefalinger. Anbefalingerne er organiseret inden for 7 væsentlige indsatsområder, som til en vis grad præsenteres i prioriteret rækkefølge. Da anbefalingerne inden for de forskellige indsatsområder i mange henseender afhænger indbyrdes af hinanden, er det dog nødvendigt at sætte ind på alle de anførte områder for at få den tilsigtede virkning af indsatsen.

Den enkelte anbefaling vil i de fleste tilfælde indeholde diverse underpunkter. Strukturen for præsentationen af den enkelte anbefaling er følgende:

- Anbefalingens indhold, inkl. eventuelle underpunkter
- Adressater
- Baggrund, begrundelser samt bemærkninger, herunder forklaringer, præciseringer, advarsler mod mulige misforståelser
- Tidshorisont for realisering

Som nævnt fremsættes anbefalingerne inden for i alt syv indsatsområder, nemlig

Indsatsområde I:

Matematiklæreres professionelle identitet, herunder grund-, efter- og videreuddannelse

Indsatsområde II:

Ressourcepersoner og resourcecentre

Indsatsområde III:

Matematikdidaktisk forskning og nyttiggørelse heraf

Indsatsområde IV:

Officielle bestemmelser for og beskrivelser af faget matematik i folkeskolen

Indsatsområde V:

Matematikundervisningens tilrettelæggelse og materialer

Indsatsområde VI:

Evaluering og evalueringskultur i matematikundervisningen

Indsatsområde VII:

Bedre overgang til ungdomsuddannelserne

Udover anbefalingerne inden for de syv indsatsområder, anbefaler udvalget at der nedsættes en følgegruppe, som løbende skal evaluere progressionen i de initiativer som iværksættes under regeringens handlingsplan for matematik i folkeskolen.

Det anbefales endvidere Undervisningsministeriet at finde veje og midler til at skaffe bredere og mere omfattende faglig og fagdidaktisk rådgivning, end det er muligt at opnå fra en enkelt fagkonsulent med mange opgaver og et beskedent timetal til sin rådighed.

2. Besvarelse af kommissoriet

I dette kapitel gives en besvarelse af de enkelte punkter i kommissoriet. Udvalget vil fremsætte sine vurderinger indenfor det enkelte punkt, og angive hvilke af udvalgets anbefalinger, der retter sig mod dette punkt. Selve anbefalingerne og de mere detaljerede begrundelser for disse, præsenteres i kapitel 3.

Kommissoriets punkt 1:

Udvalget skal vurdere nuværende indhold og progression i faget set i forhold til fremtidens udfordringer og de krav, der stilles om matematisk viden videre frem i uddannelsessystemet og anbefale eventuelle ændringer

Der foregår i Danmark rigtig megen god matematikundervisning, varetaget af kompetente, energiske og engagerede lærere, ikke sjældent på trods af de rammer og vilkår der bydes dem. Matematik er generelt et vellidt og respekteret fag i folkeskolen. Der lægges både i fagbeskrivelsen i "Fælles Mål" og i undervisningens praksis megen vægt på at gøre undervisningen relevant og nærværende for eleverne, bl.a. ved at de matematiske begreber søges hægtet op på eksempler fra elevernes daglige verden. Det hænger godt sammen med den overordnede orientering af faget som den kommer til udtryk i den gældende formålsformulering, som fokuserer på faget som et anvendelsesfag til brug for forskellige slags sammenhænge der rækker ud over matematikundervisningen selv. Lærebøgerne fremstår, ikke mindst når de er af nyere dato, generelt imødekommende og appetitlige, og med et flot layout der gør vidtgående brug af illustrationer, farver, varierede skrifttyper m.v.

PISA-undersøgelsen (PISA: Programme for International Student Assessment) der er forankret i et begreb om "funktionelle matematikkundskaber" ("mathematical literacy"), rammer nogle vigtige sider af et tidssvarende matematikfag, selv om den kun dækker nogle sådanne sider. Anskues faget gennem PISA-undersøgelsens briller, ligger danske 15-årige både i PISA 2000 og i PISA 2003 i en gruppe placeret signifikant (lige) over OECD-gennemsnittet. I samme undersøgelse klarer drengene sig markant bedre end pigerne, hvilket imidlertid ikke er tilfældet ved folkeskolens afgangsprøve. Det peger på forhold som fortjener nærmere undersøgelse.

Undervisningsministeriets publikation "Fælles Mål – Faghæfte 12 - Matematik" fra 2003 rummer mange gode og relevante bestemmelser, beskrivelser, betragtninger og eksempler. Ligeledes udgør de emner faghæftet fremhæver, åbenlyst vigtige komponenter i faget.

Der er med andre ord alt i alt tale om et fag, der bredt betragtet står sig nogenlunde godt i det samlede danske uddannelsesbillede.

Ikke desto mindre er der klart plads til udvikling og forbedringer, også når det gælder de forhold der i dette kommissoriepunkt står i centrum, nemlig fagets indhold og progression, ikke mindst set i lyset af fremtidens udfordringer.

Lad det i den forbindelse stå klart at udvalget finder, at et matematikfag med et højt ambitionsniveau henvendt til alle skolens elever også i fremtiden vil være af central betydning for såvel den enkelte elev i dennes nuværende og kommende personlige, arbejdsmæssige, sociale, kulturelle og samfundsmæssige tilværelse, som for samfundet i dets behov for både demokratisk sindede og kyn-dige, engagerede, analytiske, gennemslagskraftige samfundsborgere og for kompetent, tænksom og

kreativ arbejdskraft. Det er her udvalgets opfattelse, at for at matematikfaget skal kunne leve op til denne udfordring, er der brug for på forskellige punkter at hæve ambitionsniveauet i bestemmelserne for faget og i dets praksis.

På det officielle plan er der brug for en justeret formålsformulering, der ud over med rette at lægge vægt på matematikkens anvendelse på andre felter viser hen til en fagopfattelse der både er bredere end den gældende og end fx PISAs "literacy"-beskrivelse. Der er tillige brug for mere udtrykkeligt at klargøre hvilke matematiske kompetencer matematikundervisningen skal sigte mod at udvikle hos eleverne, og for at progressionen heri vies særlig opmærksomhed. Og der er brug for at sætte nogle af de faglige emnekredse, som i øjeblikket har en ret indirekte tilstedeværelse i fagbestemmelser og -beskrivelser, mere direkte på dagsordenen. Til dette formål bør der udarbejdes et nyt faghæfte der i højere grad end det foreliggende kan udnyttes som redskab til planlægning og evaluering af undervisningen. Derved kan kompetencetilgangen og dens samspil med faglige emner tildeles en central rolle i fagbeskrivelsen, ligesom trinmål og slutmål kan præciseres og bringes i et mere harmonisk samspil med hinanden. Fx er de eksisterende trinmål for 9. klassestrin noget mere vidtgående end slutmålene for hele skoleforløbet, som er holdt i meget generelle vendinger der let kan fortolkes mindre ambitiøst end trinmålene for 9. klasse. Ligeledes er der behov for en langt klarere arbejdsdeling mellem faghæftets såkaldte "beskrivelser" af faget og dets "læseplan" for faget, såfremt disse overordnede kategorier fastholdes for den næste generation af faghæfter.

På det undervisningspraktiske plan er der fortsat for mange elever der ikke når de faglige mål eller som ikke får udfordringer svarende til deres kapacitet. Således ligger i PISA 2003 næsten 20% af de danske elever på eller under det laveste af undersøgelsens seks kompetenceniveauer. Der er alt for lidt fagspecifik hjælp til elever med særlige læringsvanskeligheder. Der er behov for at udvikle og implementere et hensigtsmæssigt og dækkende sæt af midler til at detektere og fremme progression. Der er brug for at frembringe undervisningsmidler der i højere grad end tilfældet er i dag, modsvarer aktuelle faglige, fagdidaktiske og fagpædagogiske ambitioner med faget. Der er fortsat problemer med overgangen til forskellige former for ungdomsuddannelser, bl.a. fordi faget matematik fortsat er konstitueret ret forskelligt i folkeskolen og i de forskellige ungdomsuddannelser, men også fordi nogle af de faglige kompetencer som efterspørges i ungdomsuddannelserne, ikke i tilstrækkelig grad etableres i folkeskolen. Dertil kommer at der trods diverse brobygningsforsøg fortsat er for ringe gensidigt kendskab til og respekt for realiteterne i de pågældende skoleformer hos de respektive trins lærere.

Med henblik på bl.a. at bidrage til imødegåelse af de vigtigste af de nævnte problemer har udvalget nedenfor peget på "Officielle bestemmelser for og beskrivelser af faget matematik i folkeskolen", "Matematikundervisningens tilrettelæggelse og materialer" samt "Bedre overgang til ungdomsuddannelserne" som særskilte indsatsområder, ledsaget af henholdsvis anbefaling IVa, Va og Vb samt VIIa. Desuden refererer også anbefaling VIb til dette punkt i kommissoriet.

Kommissoriets punkt 2:

Udvalget skal vurdere og anbefale eksisterende og nye metoder samt materialer til styrkelse af elevernes faglige niveau

Selv om der desværre ikke findes nyere kortlægninger eller oversigter over tilstandene i praksis som udvalget har kunnet støtte sine overvejelser på, er det udvalgets klare indtryk at en meget stor del af landets matematikundervisning i høj grad er hægtet op på det valgte lærebogssystem, som ofte følges ganske tæt. Dette kan være et nyttigt sikkerhedsnet for mindre erfarne lærere og for lærere uden

linjefag i matematik, men det stiller store krav til systemernes faglige, didaktiske og pædagogiske kvalitet. Materialer som ikke har lærebogsform, synes at blive inddraget sporadisk og punktvis som afveksling af lærebogsgennemgangen. Lærebogsgennemgangen suppleres med regning af opgaver, enkeltvis og i grupper, en aktivitet der typisk udgør en stor del af undervisningen.

Matematikdidaktisk forskning dokumenterer at det er helt afgørende for succesfuld matematiklæring, at den enkelte elev på den ene side kan knytte mening, dvs. forståelig fortolkning, til de matematiske emner, begreber og metoder der undervises i, og på den anden side kan forbinde de matematiske begreber i sammenhængende og velstrukturerede begrebsnetværk. Forskningen dokumenterer endvidere at forskellige elever har brug for forskellig stimulans, støtte og hjælp for at opnå dette. Dertil kommer et ikke forsvindende mål af træning i begrebstilegnelse og færdighedsopbygning. Der er ligeledes betydelig evidens for, at skal den enkelte elev effektivt støttes i sin matematiklæring, er det centralt at hans eller hendes læringsudbytte og kompetencebesiddelse løbende afdækkes af læreren. Med andre ord bliver undervisningsdifferentiering afgørende, og navnlig hvis man sigter mod at forskellige elever i hovedsagen når de samme grundliggende mål. Af mange grunde, herunder uddannelsesmæssige og ressourcemæssige, er det i dagens folkeskole vanskeligt at gennemføre undervisningsdifferentiering af en sådan art. I stedet bliver man mange steder henvist til at lade sig nøje med en anden form for differentiering, som man kunne kalde resultatdifferentiering: Det accepteres i praksis at forskellige elever når helt forskellige mål, også uden at det er godtgjort at disse forskelle hidrører fra betydningsfulde forskelle i elevforudsætninger, -motivation og -interesser.

Der er tillige meget der tyder på at matematikundervisning for mange lærere er en enkeltlærersag, dvs. en virksomhed hvor den enkelte lærer "alene i verden" kun i ringe grad indgår i faglig sparring med fagkolleger. Dette skyldes en blanding af tradition og manglen på tjenstlige og finansielle muligheder for sparring, men er ikke desto mindre uheldigt. Havde lærerne på en skole muligheder for i fællesskab at drøfte og udvikle undervisningstilrettelæggelse, læringsafdækning, evalueringsinstrumenter m.v., ville undervisningen kunne gives et betydningsfuldt løft.

Ser vi dernæst på det kvalitative og kvantitative udbud af undervisningsmaterialer, kan man konstatere at der findes en del tilgængelige, egnede og moderne undervisningsmaterialer i form af bøger og hæfter. På grund af markedets størrelse har flere forlag interesse i at udgive matematiklærebogssystemer, nogle endda mere end ét. Alle lærebogssystemerne er forsynet med lærervejledninger som giver mulighed for, at der kan hentes inspiration til plan- og tilrettelæggelse af undervisningsforløb, bl.a. som middel til at variere undervisningen. Mange lærebøger er organiseret omkring præsentation af en række, gerne mindre, temaer, hvor de matematiske begreber og metoder bringes i spil over for forskellige dele af hverdagslivet. Som nævnt ovenfor er moderne lærebøger sædvanligvis imødekommende og appetitlige. Lommeregnerne er en fast bestanddel af undervisningen, ligesom it-værktøjsprogrammer til matematikundervisningen, især regneark og geometriprogrammer, bruges en del. Disse programmer er dog sædvanligvis ikke koblet direkte på lærebogssystemerne, men har en mere isoleret rolle til brug når læreren finder det formålstjenligt. Endelig findes og bruges et spektrum af supplerende tekstbaserede materialer samt konkrete materialer til støtte for undervisning og læring, fx klodser, centicubes, sømbræt m.m. Inden for den enkelte skoles økonomiske rammer har skolen / matematiklærergruppen / læreren sædvanligvis frihed til at vælge de materialer som de finder bedst egnede.

Selv om der således for så vidt findes en del brugbare og velegnede materialer til matematikundervisningen, er der ikke desto mindre end del problemer og mangler at påpege. Af økonomiske grunde betjener mange skoler sig af ældre, og nu og da forældede, lærebogssystemer frem for af nyindkøb. Lærebogssystemerne er som oftest overvejende boglige og omfatter sjældent integrerede it-

programmer designet til læringsformål. De store økonomiske interesser i den kommercielle lærebogsproduktion gør at næsten alle lærebogssystemer retter sig mod det størst mulige marked med deraf følgende "mainstream-karakteristika". Det modvirker let skabelsen af fagligt ambitiøse og visionære, for ikke at tale om eksperimenterende, lærebogssystemer. Fx findes der ikke noget lærebogssystem i matematik der grundlæggende er organiseret efter en kompetencebeskrivelse af faget. Tilsvarende er der mangel på materialer med et klart og gennemført didaktisk fokus. Der findes heller ikke helt igennem it-baserede undervisnings- og læringsmaterialer (men nok redskabs- og træningsmaterialer). Selv om der foreligger eksempler på matematiske skrivværktøjer til it-brug, er de ikke tilpas let tilgængelige for eleverne og har ikke nogen stor udbredelse. Der mangler materialer der kan hjælpe læreren til på overkommelig vis at tilrettelægge differentierede forløb rettet mod forskellige elevgrupper, fx elevgrupper med forskellige tilgange til matematiklæring eller forskellig motivation for beskæftigelsen med matematik. Det samme gælder materialer der muliggør forskellig grad af fordybelse inden for det samme undervisningsforløb. Til inspiration for lærere og lærergrupper mangler der ikke-kommercielle (og gerne it-baserede) materialer, der ikke belaster undervisningsmiddelbudgetterne.

Udvalgets anbefalinger vedrørende dette kommissoriepunkt findes først og fremmest i anbefalingerne Va og Vb inden for indsatsområdet "Matematikundervisningens tilrettelæggelse og materialer" samt i anbefaling IIa; men også anbefalingerne Ia, Ic, IIIb er relevante i denne sammenhæng.

Kommissoriets punkt 3:

Udvalget skal vurdere og anbefale eksisterende og nye metoder til nyttiggørelse af forskningsresultater.

Selv om det matematikdidaktiske forskningsfelt er relativt ungt, er det livskraftigt og internationalt set stort. I Danmark er feltet af en meget begrænset størrelse, men landets didaktikere er ikke desto mindre godt placeret på den internationale scene. Nogle kunne måske tro at forskningsresultaterne var af en karakter, så man af disse umiddelbart kunne udlede den rigtige måde at undervise på, de bedste faglige pointer og de rigtige test og evalueringsformer, som smertefrit fører til optimal matematiklæring hos eleverne. Sådan forholder det sig imidlertid ikke. Men skønt de færreste resultater af matematikdidaktisk forskning har en sådan karakter at de uden videre kan omsættes i praksis, er der meget at hente i bedre udnyttelse af forskningen. Mange resultater nyttiggøres i et for begrænset omfang.

Fra forskningshold vides meget om mange forskellige aspekter af matematikundervisning og – ikke mindst – matematiklæring. Fx er læreren og dennes uddannelse af afgørende betydning for undervisningens kvalitet. Men også viden om elevernes forskellige baggrund, bl.a. sprogligt og kulturelt, er af stor betydning for lærerens rolle og for undervisningens organisering. Det er en af matematikdidaktikkens grundsætninger, at der skal være sammenhæng mellem målsætning, undervisning og evaluering, og at der er brug for at følge elevernes læring ganske tæt. Matematisk viden og indsigt kan ikke bare meddeles, men kræver elevernes aktive medvirken. Derudover har forskningen givet megen indsigt i matematiklæringens ofte overraskende kringelkroge hos den enkelte, som ofte kan danne sig rationelle og sammenhængende, men ikke desto mindre ukorrekte begrebsbilleder. Desuden viser der sig at være langt mindre transfer af viden og kunnen fra én sammenhæng til en anden, end man traditionelt har forestillet sig. Dette er blot nogle blandt mange eksempler på at den matematikdidaktiske forskning har noget at bidrage med af betydning for undervisningen. Men nyttiggørelsen kræver fortolkning, diskussion, vurdering m.m. for at kunne omsættes til praksis.

De fleste lærere har allerede i grunduddannelsen mødt nyttige forskningsresultater, der peger på bestemte tilgange til brug for matematikundervisning. Det er vigtigt at dette grundlægger en lyst hos læreren til fortsat at holde sig orienteret gennem læsning og debat i fx faglige tidsskrifter, elektroniske debatfora og kollegiale netværk.

Det er imidlertid ikke altid muligt på egen hånd at omsætte ny viden til ny undervisningspraksis. Hvis der skal ske en omfattende udvikling på en skole eller i en kommune, kan det kræve opbakning fra en stærk faglig kultur på skolen, fx et velfungerende faglærerteam. Ofte er det erfaringen at efteruddannelse eller udviklingsprojekter, hvor flere lærere fra samme skole deltager, giver særligt gode muligheder for at omsætte nye impulser til praksis. Også særlige ressourcepersoner på skolen eller i kommunen kan have en vigtig rolle i forbindelse med nyttiggørelsen af forskningsresultater.

Når matematiklærere og -didaktikere mødes til diskussion, i udviklingsprojekter og – alt for sjældent – i forskningsprojekter, giver det stort udbytte, med inspiration og input begge veje. Matematiklærere er ofte meget positive over for at indgå i forsknings- og udviklingsprojekter, og de vil gerne arbejde med at afprøve metoder og strategier i samarbejde med forskere. Det er således ikke lærernes lyst og vilje til at indgå i samarbejder, der er noget i vejen med. Der er blot alt for få af den slags møder, og når de finder sted, er det ofte som resultat af forskernes eller lærernes helt personlige netværk. Der er ikke pt. nogen steder hvor man ”bare” kan henvende sig, hvis man vil indgå i et samarbejde eller blot mødes med forskere.

Deltagelse i forsknings- og udviklingsprojekter og konferencer er sammen med grund- og efteruddannelse vigtige kilder til ny forskningsmæssig viden. Kontakten til forskning og forskningsresultater kunne gøres mere direkte, hvis læreruddannelsen og efteruddannelsesaktiviteterne var tættere knyttet til forskning og forskere, end det sædvanligvis er tilfældet.

Af mange grunde er der ikke nogen udbredt tradition blandt praktiserende lærere for at læse om matematikdidaktisk forskning og udviklingsvirksomhed, selv om der findes tilgængelige kanaler herfor. Udover internationale tidsskrifter, herunder flere nordiske, hvor også danske forskere publicerer, så findes der ét dansk tidsskrift, der dækker matematik- og naturfagsdidaktik for hele uddannelsessystemet, MONA (www.dpu.dk/mona). Det er ganske nyt, og intentionen med dette tidsskrift er netop at skabe kontakt mellem forskere og praktikere. Matematiklærerforeningens medlemsblad ”Matematik” rummer nyttige idéer og inspiration til undervisningen samt debatartikler, men ikke meget om forskning.

En række af udvalgets anbefalinger er knyttet til spørgsmålet om en bedre udnyttelse af forskningsresultater. Inden for indsatsområde III ”Matematikdidaktisk forskning og nyttiggørelse heraf” gives der i anbefaling IIIb direkte anbefalinger vedrørende systematiske tiltag for at nyttiggøre forskningen. Men også indsatsområde I om matematiklærernes professionelle identitet og uddannelse er meget relevant for spørgsmålet om nyttiggørelse af forskning, ligesom de ressourcepersoner og resourcecentre der beskrives i indsatsområde II, bør komme til at spille en afgørende rolle i etableringen af kontakter mellem forskere og praktikere.

Kommissoriets punkt 4:

Udvalget skal vurdere og kommentere behovet for inddragelse af udenlandske erfaringer om øget central indflydelse på udarbejdelse og brug af undervisningsmaterialer.

I udlandet er der forskellige tilstande vedrørende centrale myndigheders rolle i forhold til en stillingtagen til undervisningsmaterialer, herunder lærebøger, i skolen. I den ene ende af spektret har vi lande, hvor de centrale myndigheder ingen som helst indflydelse har på lærebogsproduktionen. Det

er fx tilfældet i USA, hvor der ikke engang findes nationale læseplaner, men højst planer på enkeltstats- eller skoledistriktsniveau. Noget lignende er jo egentlig også tilfældet i Danmark, hvor lærebogsproduktionen er helt decentral og privatiseret, bortset fra at alle lærebøger de facto forsøger at leve op til gældende retningslinjer. I den anden ende af spektret findes der lande, hvor lærebøgerne udformes på vegne af myndighederne (fx Kina), og en del andre lande hvor lærebøgerne skal godkendes af myndighederne (fx Japan). I atter andre lande (fx Frankrig) er de centralt formulerede læseplaner så detaljerede og stramme, at der i realiteten lægges snævre bånd på udformningen af lærebøgerne. Typisk anvendes i næsten alle lande supplerende materialer ud over lærebogen. Der er ligeledes stor variation i den centrale kontrol over brugen af undervisningsmaterialer

Grundlæggende mener udvalget, at den danske tradition, hvor lærerne har frihed med hensyn til valg af undervisningsmaterialer, og hvor der er frie rammer for udviklingen og distributionen af dem, bør bevares. Central kontrol og styring giver uvægerligt anledning til træghed og konservatisme i udviklingen og brugen af materialer. Der er brug for rum for engagerede og kompetente matematiklærere, lærebogsforfattere, forlag mv. til at eksperimentere med udvikling og brug af materialer. Udvalget finder det altså ikke ønskeligt, at undervisningsmaterialer underlægges central censur for at blive godkendt. Vi ønsker ligeledes at fraråde at man fra centralt hold stiller meget specifikke krav til undervisningens tilrettelæggelse og gennemførelse, også i relation til undervisningsmaterialernes brug.

Situationen for udvikling undervisningsmaterialer i Danmark er imidlertid præget af, at produktionen af sådanne materialer, og især af lærebøger, er underlagt de kommercielle vilkår på markedet, hvilket ikke nødvendigvis er hensigtsmæssigt for bredden og kvaliteten i udbuddet af undervisningsmaterialer. Lærebogsforlagene er generelt gode, engagerede og åbne over for ideer og inspiration også fra udlandet, men er i sagens natur også helt afhængige af, at materialerne kan tjene sig ind. Da Danmark er et meget lille marked for materialer, betyder det at der ikke er plads til at tage store chancer ved udvikling af lærebogssystemer. Desuden er markedet for undervisningsmaterialer for særlige elevgrupper, fx elever med særlige læringsvanskeligheder eller elever med særlige talenter indenfor faget, så lille, at det ingen kommerciel betydning har. Det har selvsagt store konsekvenser for udbuddet. De undervisningsmaterialer der udbydes på markedet, er bestemt ikke dårlige, men tværtimod ofte både indbydende og inspirerende. Men hvis man ønsker at styrke kvaliteten af undervisningen, vil det være ønskeligt med flere og mere didaktisk gennearbejdede bud på lærebogssystemer og andre undervisningsmaterialer, herunder materialer til særlige elevgrupper.

Via internettet kan man i dag finde materialer, også mange gratis, som kan være både gode og inspirerende. Forlagene har gerne egne hjemmesider med supplerende materiale, og enkelte lærere og skoler har udviklet gode samlinger af links. Undervisningsportalen EMU (Elektronisk Mødested for Undervisningsverden - www.emu.dk) er et forsøg på med en vis central indflydelse at samle sådanne gode links. Generelt er situationen præget af en vis tilfældighed og af den enkelte redaktørs eller ildsjæls initiativ og gode vilje. Der er tale om et område, hvor det er meget svært for den enkelte lærer at orientere sig, finde det rette og sikre sig, at det er af en ordentlig kvalitet.

Mens styring og kontrol altså må frarådes, er et centralt engagement i at stimulere udviklingen og fremme brugen af ambitiøse materialer anbefalelsesværdigt. Udvalget har en række anbefalinger til hvilken rolle Undervisningsministeriet bør/kan have heri i indsatsområde V ”Matematikundervisningens tilrettelæggelse og materialer”, nærmere bestemt i anbefaling Vb. Den meget vigtige rolle som lærernes uddannelse spiller for brugen af undervisningsmaterialer, berøres i anbefalingerne under indsatsområde I.

Kommissoriets punkt 5:

Udvalget skal vurdere og kommentere behovet for og måder til at inddrage forældrevinklen ud fra den erfaring, at mange forældre har svært ved at hjælpe deres børn med lektierne i matematik.

Udvalget vurderer at situationen generelt er den, at mange forældre er meget og positivt interesseret i deres barns matematikundervisning. Generelt er der god forældreopbakning om faget og vilje til at støtte børnene i deres hjemmearbejde. Et godt skole-hjem samarbejde og forældrenes opbakning om børnenes skolearbejde er en vigtig forudsætning for læring i alle fag. Når denne opbakning ikke er til stede i tilstrækkeligt omfang, kan det have afgørende negativ effekt for barnets indstilling til og muligheder for læring. Der er stort behov for udvikling af gode støttestrategier i sådanne tilfælde, men anbefalinger til løsning af sådanne problemer ligger uden for dette udvalgs kompetence.

Matematikfagets karakter gør det vanskeligere end for mange andre fag at etablere de fornødne konkrete erfaringer, som undervisningen kan hægtes op på. Det kræver ofte en særlig indsats at gøre de mange situationer i daglig- og samfundsliv, hvor matematik spiller en rolle, tydelige for eleven. Hvor andre fag kan trække elevens hverdags erfaringer ind som referenceramme for undervisningens faglige pointer, er matematik i højere grad afhængig af at sådanne referencerammer etableres som en del af undervisningen. Forældre, såvel som andre voksne i barnets hverdag, kan i høj grad bidrage til at udvide sådanne referencerammer. Ved at udfordre barnets nysgerrighed og matematiske tankegang med spørgsmål og aktiviteter i hverdage, der fordrer anvendelse af matematiske kompetencer, vil børnenes vilkår for at lære matematik kunne styrkes.

Udvalgets generelle holdning er, at det ikke alene handler om at sætte forældre – og andre voksne i børnenes liv uden for undervisningen – i stand til at hjælpe barnet med lektierne og med at løse matematikopgaver, men også at støtte barnet i sin matematiklæring mere generelt. Udvalget vil her indskrænke sig til at pege på nogle faktorer der er afgørende for at barnet kan få støtte til sin matematiklæring. Disse faktorer behandles i sammenhæng med flere af udvalgets anbefalinger i kapitel 3, men kommissoriepunktet giver ikke i sig selv anledning til specielle anbefalinger.

- God kommunikation mellem matematiklærere og forældre vedrørende mål og metoder i matematikundervisningen. Det er en væsentlig matematiklærerkompetence at kunne formulere sig om mål og fokus for undervisningen, både overordnet og indenfor det enkelte undervisningsforløb. Herunder er det vigtigt at læreren anviser indholdet i den støtte forældrene forventes at give med lektiearbejdet. (Sådanne kompetencer bør være en del af lærernes uddannelse, som behandles under indsatsområde I)
- Evaluering. Gode metoder til løbende evaluering, der også giver forældrene brugbare tilbagemeldinger vedrørende barnets faglige progression, og handlingsanvisninger for barnets videre arbejde og forældrenes støtte. (Løbende, formativ evaluering behandles i anbefaling VIa)
- Undervisningsmaterialer med forældresider. Særlige sider/materiale henvendt til forældrene, kan bidrage til at ruste forældrene til at give børnene den relevante støtte i skolearbejdet, samt give ideer til aktiviteter uden for undervisningen, der er relevante i forhold til de aktuelle faglige mål. (Undervisningsmaterialer behandles blandt andet i anbefaling Vb)
- Særlige ressourcer, gerne it-baserede, som henvender sig til forældre, pædagoger, og lærere inden for andre fag, der gerne vil bidrage til at udvikle elevernes matematikkompetencer. Der kan være behov for materialer, som direkte henvender sig til forældre til børn med særlige læringsvanskeligheder i matematik og til forældre med anden sproglig og kulturel baggrund end dansk. (Sådanne materialer kan indgå i den web-portal som er en del af anbefaling Vb)

Kommissoriets punkt 6:

Udvalget skal pege på yderligere faktorer, der har betydning for udvikling af matematikfaget.

Kommissoriets punkter 1, 2, 4 og 5 angår i hovedsagen forhold af betydning for tilrettelæggelse og gennemførelse af matematikundervisningen, herunder de rammer der gælder for den. Kommissoriets punkt 3 kan ligeledes siges til dels at rette sig mod matematikundervisningens praksis, i den udstrækning ”nyttiggørelse” fortolkes på en umiddelbar måde.

Udvalget har, som ønsket i dette kommissoriepunkt, fundet det påkrævet at pege på yderligere et antal faktorer som fortjener opmærksomhed i forbindelse med udarbejdelsen af en handlingsplan for matematik i folkeskolen.

Selv om spørgsmål i tilknytning til intern og ekstern evaluering måske, med lidt elasticitet i fortolkningen, kan indlægges i nogle af de øvrige kommissoriepunkter, navnlig punkt 1 og 2, anser vi evaluering for at være så central en faktor for matematikundervisningens virkelighed og udvikling, at dette emne fortjener udtrykkelig og selvstændig opmærksomhed.

Der er imidlertid yderligere en række vigtige faktorer som ikke direkte vedrører matematikundervisningens praksis, men som ikke desto mindre er helt centrale for dens omstændigheder, effekt og kvalitet. Det drejer sig om matematiklæreres professionelle identitet og udvikling, herunder grund-, efter- og videreuddannelse, om resourcepersoner samt resourcecentre til støtte for matematikundervisningen, samt om satsning på matematikdidaktisk forskning.

Udvalget har med andre ord valgt at pege på og fremsætte anbefalinger vedrørende følgende faktorer:

- Matematiklæreres professionelle identitet og udvikling, herunder grund-, efter- og videreuddannelse
- Resourcepersoner og resourcecentre
- Satsning på matematikdidaktisk forskning
- Evaluering

Nedenfor gives korte begrundelser for inddragelse af hver af disse faktorer i udvalgets overvejelser.

Matematiklæreres professionelle identitet og udvikling – herunder grund, efter- og videreuddannelse

Der foreligger omfattende national og international evidens for, at bortset fra eleverne udgør lærerne den mest betydningsfulde enkeltfaktor for matematikundervisningens resultater i bred forstand. Nærmere bestemt består denne faktor i lærernes faglige, didaktiske, pædagogiske og menneskelige forudsætninger, erfaringer og holdninger til matematik, matematikundervisning og -læring. Af særlig betydning er grundskolelærernes identitet og kompetence som matematiklærere set i forhold til deres generelle læreridentitet og -kompetence. Blandt de forhold der bestemmer lærernes identitet og kompetence er deres grunduddannelse, deltagelse i efter- og videreuddannelse, samt de lærer- og skolekulturer, herunder kollegiale fællesskaber, de indgår i som lærere i almindelighed og som matematiklærere i særdeleshed. Udvalget er naturligvis helt på det rene med at flere af disse spørgsmål har at gøre med generelle vilkår og strukturer for lærernes uddannelse og efter- og videreuddannelse, og at det er vilkår og strukturer som ikke er begrænset til netop matematiklærere. Ikke desto mindre har udvalget fundet det fornødent at overveje også sådanne spørgsmål og at fremsætte anbe-

falinger herom i denne rapport. Resultatet heraf er blevet udvalgets forslag vedrørende indsatsområde I og de heri indeholdte anbefalinger Ia-Ic.

Ressourcepersoner og resourcecentre

Uanset kvaliteten af den enkelte lærer og hans eller hendes kompetence som matematiklærer, vil der være mangfoldige henseender og situationer hvor en lærer eller en gruppe af lærere har brug for adgang til viden, indsigt, ressourcer, materialer og støtte som rækker ud over den enkeltes professionelle ballast. På tilsvarende måde vil enhver skole, og enhver kommune, komme i situationer som ikke i tilstrækkelig grad dækkes af deres eksisterende kompetencer eller ressourcer. Dette gælder på den ene side adgang til specialiseret kendskab til og indsigt i særlige problemstillinger, fx elever med særlige læringsvanskeligheder eller -behov, eller indretningen og brugen af diverse mindre gængse evalueringsinstrumenter, eller – ikke mindst – kendskab til, kontakt med og fortolkning af strømninger, tendenser og resultater fra matematikdidaktisk forsknings- og udviklingsvirksomhed. Det gælder på den anden side adgang til righoldige samlinger af aktuelle og historiske materialer, data, undervisningsmidler, it-ressourcer, databaser, dokumentsamlinger m.m. Da det ikke er realistisk at forudsætte at den enkelte matematiklærer eller de enkelte lærergrupper selv vil kunne være bærere af disse indsigter og ressourcer, og at det samme vil være tilfældet for de fleste kommuner, har vi fundet det fornødent at vie spørgsmålet om de måder hvorpå man kan skabe rammer for tilvejebringelse, vedligeholdelse og nyttiggørelse af menneskelige og materielle ressourcer særlig opmærksomhed i denne rapport. Det sker gennem udvalgets forslag vedrørende indsatsområde II og de heri indeholdte anbefalinger IIa-IIc.

Satsning på matematikdidaktisk forskning

Det er en alment kendt sandhed, at betingelsen for at man kan få adgang til, og blive i stand til at forstå, fortolke og vurdere andres forskning, er at man selv forsker. Danmark har kun i ganske beskedent omfang satset på matematikdidaktisk forskning. Den eksisterende matematikdidaktiske forskning i landet udføres af ganske få enkeltpersoner, heraf nogle pionerer, spredt over fem af landets universiteter. Antallet af matematikdidaktiske forskere i adjunkt-, lektor- eller professorstillinger andrager i alt 10-12 personer. Det er også disse personer der varetager uddannelsen af det beskedne antal ph.d-studerende der er på vej inden for feltet. I lyset af disse beskedne rammer har dansk matematikdidaktisk forskning opnået en imponerende international profil, med flere forskere i internationale nøglepositioner. Ikke desto mindre er der brug for en markant forøgelse af den matematikdidaktiske forsknings volumen i Danmark, både for som nævnt at skaffe adgangsbillet til international forskning og forskningssamarbejde, men også fordi der er en påfaldende mangel på konkret viden om og forskningsbaseret indsigt i typisk matematikundervisning og -læring i Danmark. Udvalget har således ved flere lejligheder under arbejdet med denne rapport måttet efterlyse helt elementære faktuelle oplysninger om og oversigter over forholdene i dansk matematikundervisning, på udredningsniveau, fx når det gælder den typiske strukturering af den enkelte matematiklektion, udbredelsen og brugen af lærebøger, IT mv., lærernes baggrund og forestillinger m.m. Svar på spørgsmål af den sidste slags kan man aldrig få af international forskning alene. Her er national forskning fornøden. På denne samlede baggrund har udvalget foreslået indsatsområde III, og den heri indeholdte anbefaling IIIa.

Evaluering

Den interne løbende evaluering udgør lærerens centrale redskab både til at bedømme resultaterne af sin undervisning på klasse- og elevniveau og til at afdække og bedømme den enkelte elevs besiddelse og udvikling af matematiske kompetencer, således at elevens fortsatte læring kan støttes. En sådan intern evaluering, der oftest kaldes formativ, tjener altså til at frembringe nødvendig information til både læreren og eleverne, og må betjene sig af forskellige slags evalueringsinstrumenter, hvoraf prøver (test) kun er ét blandt mange. Derfor må intern, formativ evaluering indgå på lige fod med planlægning og tilrettelæggelse af undervisningen, programsættelse af elevaktiviteter, valg og udarbejdelse af materialer m.m. En særlig betydning har evaluering og evalueringsredskaber når det gælder om at følge (op på) den enkelte elevs faglige udvikling og progression.

Evaluering på nøgletidspunkter i skoleforløbet, fx ved skolens afslutning, som tjener det formål at give en sammenfattende vurdering af elevens opnåede standpunkt og kompetencebesiddelse på det pågældende tidspunkt, bl.a. til information af forskellige interessenter, herunder forældre og andre uddannelsesinstanser, kaldes sædvanligvis summativ evaluering. Prøver er ét blandt flere redskaber til summativ evaluering.

Såvel formativ som ikke mindst summativ evaluering vides at virke afgørende tilbage på alle aspekter af matematikundervisningen, inklusive elevernes holdninger, aktivitet og adfærd.

Udvalgets overvejelser vedrørende evaluering findes i beskrivelsen af indsatsområde VI og de deri indeholdte anbefalinger VIa og VIb.

3. Udvalgets anbefalinger

Indsatsområde I:

Matematiklæreres professionelle identitet, herunder grund-, efter- og videreuddannelse.

Som nævnt i Kapitel 2 har næppe nogen enkeltfaktor større betydning for matematikundervisningens resultater kvalitet og effekt end lærernes kompetence og engagement. Lærerens professionelle identitet, kompetence og engagement som matematiklærer grundlægges i grunduddannelsen. Men det er essentielt at konsolidere og udbygge den i tjenesten igennem løbende og systematisk efter- og videreuddannelse samt gennem det kollegiale samarbejde på den enkelte skole, i kommunen, og på tværs af kommuner og regioner m.v.

Betydningen af dette indsatsområde kommer til udtryk i fremsættelsen af nedenstående række af anbefalinger med forskellige adressater.

Anbefaling Ia: Den faglige og fagdidaktiske grunduddannelse af matematiklærere bør styrkes betragteligt

Adressater: Primært regering og folketing, sekundært læreruddannelsesinstitutioner

- Det anbefales, at der drages omsorg for at uddannelsen af matematiklærere foregår i et miljø, som rummer aktive forskere i matematikkens didaktik. Der er flere mulige institutionelle og organisatoriske rammer for at realisere dette. Da valget af sådanne rammer også er bestemt af mange andre hensyn end matematikfagets, skal vi afstå fra at fremsætte anbefalinger vedrørende institutions- og organisationsspørgsmål i denne sammenhæng. [Af praktiske grunde refereres i det følgende til begreb ”linjefag”, uden at der dermed er taget nærmere stilling til sådanne spørgsmål.]
- Det anbefales, at kommende matematiklærere i grundskolen studerer matematik og matematikkens didaktik i yderligere ca. et halvt årsværk i forhold til det nuværende omfang, og at adgangen til linjefaget matematik kræver – og ikke blot tilrettelægges på grundlag af – gymnasialt B-niveau. I grunduddannelsen bør opbygning af de specifikke matematiklærerkompetencer (læseplans-, undervisnings-, lærings-, samarbejds- og professionel udviklingskompetence), jf. rapporten ”Kompetencer og matematiklæring”, tillægges stor vægt.
- Det anbefales, at linjefaget matematik indrettes således, at den kommende lærer specialiserer sig i enten klassetrinnene 0. - 6. eller 4.-10., men på en sådan måde at uddannelsen giver kendskab til faget i det samlede grundskoleforløb.

Begrundelse for denne anbefaling:

En nødvendig faglig og fagdidaktisk styrkelse af matematiklæreruddannelsen, der bl.a. indebærer nyttiggørelse af matematikdidaktisk forskning, forudsætter en løbende forskningsmæssig opdatering af læreruddannerne samt inddragelse af forskningsproblemstillinger og -resultater i uddannelsen. Derved bliver det afgørende, at lærerne uddannes i et miljø som rummer aktive forskere. Det er nemlig et ofte fremsat og diskuteret problem, at nye tilgange, erkendelser og resultater i fagdidaktisk forskning og udvikling har meget vanskeligt ved at vinde indpas i skolens praksis på en velbegrunderet og -funderet måde. Tilsvarende erkendes det, at matematikundervisningens praksis og

problemstillinger i for ringe grad påvirker de spørgsmål der tages op i forskning og udviklingsvirksomhed. Hvis lærerne i deres grunduddannelse møder et forskningsrelateret miljø, øges deres reelle muligheder for at kunne bidrage til nyttiggørelsen og frembringelsen af forskning og udvikling i deres fremtidige virke som lærere

Det aktuelle omfang (på 0,7 årsværk) af linjefaget er alt for beskedent til at sikre en tilstrækkelig faglig og fagdidaktisk kompetenceopbygning hos de lærerstuderende, ikke mindst for de mange studerende der ikke har forudsætninger svarende til et gymnasialt B-niveau. Selv om linjefagsuddannelsen principielt er tilrettelagt under antagelse af at de studerende møder med et B-niveau, rapporteres det fra seminarierne at der er så mange studerende for hvem denne antagelse ikke holder stik, at undervisningen i praksis må tilrettelægges på svagere forudsætninger. Gentagne tilbagemeldinger fra seminarieansvarlige peger på at især det matematikfaglige niveau i den eksisterende læreruddannelse er utilstrækkeligt. Øges linjefagsuddannelsens volumen med ca. et halvt årsværk ud over de eksisterende 0,7, og forlanges det at de studerende møder med et gymnasialt B-niveau, vil linjeuddannelsen kunne beskæftige sig med langt flere af de faglige, didaktiske og pædagogiske spørgsmål, som man i dag må lade ligge på grund af manglende tid og utilstrækkelige studenterforudsætninger. Ikke mindst en styrkelse af linjefagets matematikfaglige niveau er af betydning for også en didaktisk styrkelse af linjefaget.

De faglige, didaktiske og pædagogiske udfordringer for matematikundervisningen er af mange grunde meget forskellige på de tidlige og de sene klassetrin. Hensigtsmæssige svar på udfordringerne på de respektive trin kalder på en indsigtskrævende fordybelse i de særlige forhold der gør sig gældende for matematikundervisning for henholdsvis mindre og større børn. Udvalget bedømmer dette hensyn som så vigtigt, at den velkendte praksis at matematiklæreren følger klassen igennem hele skoleforløbet må vige for dette hensyn. Imidlertid anser vi det for centralt at læreren dels har indsigt i fagets karakter, udformning og undervisning igennem hele skoleforløbet, dels at der på de vigtige mellemtrin 4.-6. klasse både findes lærere der underviser på de yngre og på de ældre trin.

Indrettes linjefagsuddannelsen med en sådan trinspecialisering, vil matematiklæreruddannelsen muliggøre en langt mere fokuseret og koncentreret beskæftigelse med de faglige og pædagogiske problemstillinger som er relevante for elever på de pågældende trin. Kombinationen af indsigt i hele grundskolens matematikundervisning, med trinspecialisering efter overlapsmodellen, vil medvirke til at sikre fordybelse, progression og sammenhæng i matematikundervisningen.

Tidshorisont for anbefalingen:

Med hensyn til det første punkt bør læreruddannelsesinstitutionerne sikre sig en andel af de ph.d-er i matematikkens didaktik der uddannes ved universiteterne, i takt med at produktionen øges. De to øvrige punkter i anbefalingen bør iværksættes i 2006.

Anbefaling Ib: Det bør kræves at kun lærere med faglig og fagdidaktisk uddannelse i matematik kan undervise i matematik i grundskolen

Adressater: Regering og folketing samt kommunerne

- Det anbefales at det på centralt niveau (via lovgivning eller bekendtgørelse) fastsættes at kun lærere med en faglig og fagdidaktisk uddannelse i matematik (under de gældende forhold svarende til seminariernes linjefagsniveau) skal have adgang til at undervise i matematik i grundskolen.

- Det anbefales at det på centralt niveau fastsættes, at der for lærere som under de gældende forhold underviser i matematik uden at have en faglig og fagdidaktisk uddannelse i faget, iværksættes systematisk efter- og videreuddannelse, sådan at de inden for en 5-års periode opgraderes til linjefagsniveau.

Begrundelse for denne anbefalingen:

Det er i mangfoldige sammenhænge dokumenteret at det kræver solide faglige, fagdidaktiske og fagpædagogiske kompetencer at levere en tilfredsstillende, for slet ikke at tale om en fremragende, undervisning i matematik. Lærere som ikke besidder disse kvalifikationer har en udtalt tendens til at undervise ganske stereotyp og til at blive meget afhængige af de lærebøger og -materialer der benyttes. Tilsvarende har de store vanskeligheder ved at differentiere undervisningen til forskellige elevgrupper. Sikres det at al matematikundervisning i grundskolen gives af lærere med de fornødne kompetencer, er der al mulig grund til at antage at dette vil resultere i et betydeligt løft af undervisningens og læringens kvalitet. Dette vil ikke mindst være tilfældet for de elevgrupper der har brug for særlig opmærksomhed og assistance, enten fordi de har problemer med at lære matematik, eller fordi de tværtimod har forudsætninger for med succes at påtage sig mere vidtgående matematiske udfordringer, såfremt inspiration og aktiviteter stilles til rådighed for dem.

På grund af lærergruppernes faglige profiler og dertil knyttede skemamæssige udfordringer føler mange skoleledere sig fristet eller ligefrem nødsaget til at lade – fx – matematikundervisningen varetages af lærere uden særlig baggrund i faget. Af ressourceøkonomiske grunde vil kommunerne have vanskeligt ved for alvor at modsætte sig dette. Formodentlig kan kun centralt fastsatte regler for adgangen til at undervise i matematik sikre at denne varetages af fagkyndige lærere.

En stor del af matematikundervisningen varetages i dag af lærere uden særlig baggrund i faget. Det gælder 23% af de lærere der underviser i matematik på 9. klassetrin voksende til 60 % af lærerne på 1.klassetrin, ifølge tal fra 2001/2002 [”Rapport fra arbejdsgruppe om læreres, pædagogers og leders efteruddannelse”, 2003]. Dermed vil det være urealistisk med ét slag at kræve dette ændret, uden at der etableres muligheder for at skolerne fortsat kan betjene sig af de pågældende lærere under forudsætning af at de gennemgår fornøden efter- og videreuddannelse.

Tidshorisont for anbefalingen:

Det første punkt bør iværksættes inden udgangen af 2006. Det andet punkt bør der tages initiativer til omgående, sådan at forslaget kan være gennemført inden 2012.

Anbefaling Ic: Matematiklærernes professionelle identitet og kompetence bør styrkes, frem for alt gennem væsentligt øget efter- og videreuddannelse og gennem oprettelse af matematiklærerteam

Adressater: Regering og folketing, kommunerne, Danmarks Lærerforening

- Det anbefales, at omfanget af efter- og videreuddannelse af matematiklærere øges betragteligt, sådan at der til enhver tid er mindst 20% som er i færd med sådanne aktiviteter. En betydelig del af aktiviteterne for matematiklærere skal være rettet mod faglige, didaktiske, og pædagogiske aspekter af matematikfaget som sådan. I den forbindelse bør hver skole pålægges at udarbejde planer, fx for en treårsperiode, for den enkelte matematiklærers deltagelse i efter- og videreuddannelsesaktiviteter, der således skal betragtes som både en ret og en pligt for den enkelte lærer, idet sådanne aktiviteter indregnes i den enkeltes programsatte arbejdsopgaver.

- Det anbefales at der i lokalt, regionalt og nationalt regi både oprettes efteruddannelses tilbud, sigtende mod udvikling og opdatering af den enkelte lærers professionelle identitet og kompetence, og videreuddannelses tilbud, sigtende mod at udbygge og opgradere nogle lærere til at varetage særlige faglige funktioner på skoleniveau, jf. anbefaling IIa. Af særlig vigtighed er det at der findes efteruddannelses tilbud henvendt til grupper af lærere på en skole.
- Det anbefales at der på hver skole etableres et team af matematiklærere for at styrke og udvikle disses fagprofessionelle identitet, og at der skabes tjenstlige og finansielle muligheder for deres virke.

Begrundelse for denne anbefaling:

Investeringer i lærernes kompetence, identitet og engagement giver langt bedre afkast end investeringer i fx en ekstra ugentlig klassesstime (selv om en sådan uden tvivl også vil have gunstige effekter). Understøttelsen af den enkelte matematiklærers professionelle engagement og entusiasme er afgørende for at læreren med overblik, kompetence og gennemslagskraft kan orkestrere en righoldig matematikundervisning for alle sine elever. I den forbindelse kan lærernes følelse af at deres arbejdsplads og de myndigheder den er underlagt, tillægger deres professionalitet så stor betydning, værdi og respekt, at den er værd at investere i, næppe overvurderes.

Desuden er løbende og systematisk efter- og videreuddannelse den vigtigste måde hvorpå ny matematikdidaktisk forskning og udviklingsvirksomhed kan kommunikeres til praksis. Det er desuden den vigtigste måde, hvorpå den del af det eksisterende korps af matematiklærere som ikke har uddannelsesmæssig baggrund i faget, kan blive bragt à jour med eksisterende fagdidaktiske og -pædagogiske indsigter.

Begrundelsen for at have et mangesidet og righoldigt spektrum af efter- og videreuddannelses tilbud er, at matematiklærere har ret forskellige behov på de forskellige stadier af deres karriere, alt efter deres baggrund og erfaring. For at stimulere kollegial diskussion, erfaringsudveksling og samarbejde, og for at forstærke effekten af efteruddannelsesaktiviteter, foreslås det at en del efteruddannelse tilbydes grupper af lærere på en skole.

Begrundelsen for at oprette et team af matematiklærere på hver skole er at skabe en ramme for nødvendige og ønskelige fælles aktiviteter, diskussioner, og beslutningstagen vedrørende matematikundervisningen med henblik på at fremme matematiklærernes professionelle identitetsfølelse, opdatering og opgradering. Dette vil muliggøre at forskningsindsigter og udviklingserfaringer på konkret måde kan nyttiggøres i undervisningen, at udvælgelsen og frembringelsen af undervisningsmaterialer styrkes, at kollegiale samarbejdsprojekter kan iværksættes og gennemføres, og at deltagelse i efter- og videreuddannelsesaktiviteter kan planlægges, m.v.

Tidshorisont for anbefalingen:

Øgningen af omfanget af efter- og videreuddannelse for matematiklærere bør påbegyndes i skoleåret 2006/2007 og være fuldt implementeret i skoleåret 2008/2009. De øvrige to punkter iværksættes i 2006.

Indsatsområde II: Ressourcepersoner og ressourcecentre

Det at læreren er den mest afgørende enkeltfaktor for matematikundervisningen gør det yderst vigtigt at opbygge de nødvendige ressourcer af viden, materialer og personer, som kan støtte læreren og bidrage til udvikling af undervisningen. Det drejer sig både om støtte i forhold til elever med særlige vanskeligheder, men også om ekspertise der kan medvirke til at gøre forskningsresultater tilgængelige for lærerne, bidrage til at indsamle og formidle erfaringer fra de enkelte skoler, og således medvirke til udviklingen af lærernes professionalitet. Endvidere er det afgørende at sikre, at der altid er adgang til et alsidigt udvalg af undervisningsmaterialer.

Ved et *ressourcecenter*, som indgår i nedenstående anbefalinger, forstår vi en fysisk og organisatorisk enhed der på den ene side er bemandet med særligt fagkyndigt personale til varetagelse af nærmere bestemte inspirations-, informations-, og hjælpefunktioner, og på den anden side er udstyret med relevante materialer og faciliteter til understøttelse af denne virksomhed.

Anbefaling IIa: Den enkelte skoles personale og materielle ressourcer for matematikundervisning bør øges mærkbart, inklusive en funktion som matematikvejleder

Adressater: Kommunerne

- Det anbefales at der på hver skole oprettes en funktion som matematikvejleder. Funktionen skal varetages af matematiklærere med særlig uddannelsesbaggrund til varetagelsen af opgaver som ressourceperson. Matematikvejlederen skal have særligt ansvar for at tage initiativer, der stimulerer matematiklærernes faglige debat, vejledning af kolleger, kontakt til ressourcecentre (jf. anbefaling IIb og IIc) og forskere. Matematikvejlederen skal endvidere være særlig kvalificeret indenfor evalueringsformer og matematiklæringsvanskeligheder. I længden vil det være ønskeligt, at funktionen som ressourceperson deles mellem personer, som har speciale i spørgsmål og problemstillinger vedrørende hhv. første og sidste del af skoleforløbet.
- Det anbefales at der på hver skole forefindes et alsidigt udvalg af undervisningsmaterialer i form af bøger, it-hardware og -software, samt konkrete materialer, sådan at den daglige undervisning kan blive rig og varieret. Det gælder også materialer til støtte for elever med enten læringsvanskeligheder eller omvendt særlige interesser og talenter for faget.

Begrundelse for denne anbefaling:

Det er væsentligt at der på enhver skole, som typisk vil have matematiklærere af blandet uddannelsesbaggrund og erfaring, findes ekspertise som repræsenterer fronten af samtidens matematikundervisning. Anbefalingen sigter mod at sikre at hver skole har mindst én ressourceperson, som ud over selv at besidde den omtalte ekspertise bør have det hverv at kunne støtte kolleger vedrørende forskellige aspekter af faget, fx som mentor for nyuddannede lærere eller rådgiver i forhold til særlige spørgsmål. Det er vigtigt at matematikvejlederen bevarer en nær kontakt til den daglige undervisning. Lærere med brug for inspiration og støtte har ofte brug for at få den i dagligdagen, fra kolleger de kender, værdsætter og respekterer. En sådan matematikvejleder vil desuden kunne tjene som bindeled til matematikundervisningens omverden, herunder de ressourcecentre som nedenfor anbefales oprettet.

Engagerede, veluddannede og entusiastiske lærere har stadig behov for adgang til gode undervisningsmaterialer. En god adgang til disse kan ligefrem være en forudsætning for at bevare og udvikle lærernes engagement. Det er udvalget opfattet at det mange steder både kvantitativt og kvalitativt kniber med alsidige og opdaterede materialer til brug for matematikundervisningen, både når det gælder de allermest nødvendige lærebøger og når det gælder materiale for aktiviteter til udbygning og berigelse af undervisningen.

Tidshorisont for anbefalingen:

Det første punkt i anbefalingen bør iværksættes med effekt fra skoleåret 2007/2008. Det andet punkt bør indgå som fokuspunkt i skolens virksomhedsplan fra og med skoleåret 2007/2008.

Anbefaling IIb: Der bør i hver kommune oprettes et ressourcecenter for matematikundervisning, inklusive en stilling som matematikkonsulent

Adressat: Kommunerne

- Det anbefales at der i hver kommune oprettes et personelt og materielt ressourcecenter for matematikundervisningen, som dels skal rumme mindst én stilling som matematikkonsulent der har til opgave at servicere skolerne, dels samlinger af centrale bøger (herunder nyere lærebøger), tidsskrifter og it-software, samt besøgsfaciliteter for lærere. Det kommunale center bør bl.a. have til opgave at formidle kendskab til forskning og udviklingsarbejde, have en ledende rolle i udarbejdelsen af kommunale læseplaner, samt formidle samarbejde mellem matematiklærerne på kommunens skoler, bl.a. om deltagelse i kommunale undervisnings-, udviklings- eller forskningsprojekter. En matematikkonsulent bør have uddannelse og erfaring som grundskolelærer, men bør derudover have gennemført en faglig, fagdidaktisk og fagpædagogisk videreuddannelse i matematik på et niveau, som bl.a. giver adgang til at forstå, bedømme og formidle forskning og forskningsresultater. Konsulentstillingen kan eventuelt besættes ved rotation, fx i 4-5 års perioder, af særligt kvalificerede lærere ved kommunens skoler.

Begrundelse for anbefalingen:

Det er af central betydning, at matematiklærerne har adgang til forskellige typer af ressourcer og støtteforanstaltninger til opdatering og videreudvikling af deres undervisning i rimelig nærhed af deres arbejdsplads. Solide erfaringer fra mange lande siger, at lærere der er del af et større kollegialt netværk som beskæftiger sig med faglige problemstillinger af forskellig art, kommer til at se sig selv som parthavere i et større projekt i langt højere grad end lærere der er overladt til sig selv. Med andre ord bidrager faglige netværk til at skabe synergi og fremdrift i undervisningsarbejdet. Der er brug for specialiseret og tilgængelig fagkyndig assistance til at finde frem til og udnytte ressourcer og støtteforanstaltninger og til at drive udviklingen af de kollegiale netværk. De nærmeste og oftest forekommende behov for ressourcer og assistance bør imødekommes på kommunalt plan.

Tidshorisont for anbefalingen:

Planer for iværksættelse af disse tiltag bør udarbejdes af de nye kommuner i 2007.

Anbefaling IIc: Der bør oprettes et nationalt ressourcecenter for matematikundervisning med regionale filialer

Adressater: Regering og folketing

- Det anbefales at der oprettes et nationalt ressourcecenter for matematikundervisning, hvis centrale enhed knyttes til et fremstående matematikdidaktisk forskningsmiljø ved et af landets universiteter og med filialer i de øvrige landsdele. Af hensyn til samordning og kontinuitet i mellem uddannelsessystemerne bør ressourcecentret både rette sig mod grundskolen og de gymnasiale uddannelser, ligesom det bør samtænkes (ikke at forveksle med sammenlægges) med et tilsvarende ressourcecenter for naturfag. Til ressourcecentret knyttes forskeruddannede medarbejdere med fagdidaktisk erfaring og ekspertise på et højt niveau. Ressourcecentret skal have til opgave på nationalt plan at bidrage til kortlægning, formidling, omsætning og nyttiggørelse af den nyeste nationale og internationale forskning, og til at afdække og formidle forskningsbehov til landets matematikdidaktiske forskningsmiljøer. Det bør tillige besidde særlig ekspertise i på forskningsbaseret grund at afdække og afhjælpe matematiklæringsproblemer. Det bør endvidere besidde særlig ekspertise vedrørende instrumenter til brug for formativ og summativ evaluering i matematik, herunder forskellige former for testning. Ressourcecentrets centrale enhed bør rumme landets mest omfattende og specialiserede samling af officielle dokumenter, bøger, tidsskrifter, software, konkrete materialer, samt databaser af nationale og internationale evaluerings- og testmaterialer inden for matematikundervisningen. Denne samling bør ikke mindst indeholde et righoldigt udvalg af danske og udenlandske aktuelle og historiske lærebøger. Ressourcecentret bør desuden have til opgave at udgive et elektronisk nyheds- og debatmagasin samt andre relevante publikationer. Det indgår ikke i forslaget at ressourcecentret som institution selv skal bedrive forskning, men det skal være i nær kontakt med de matematikdidaktiske forskningsmiljøer ved universiteterne, gerne med overlap på det personelle plan.
- Det anbefales at ressourcecentret med en passende geografisk spredning får 4-6 filialer i andre landsdele end den hvori centralenheden placeres. Disse filialer vil med fordel kunne placeres i tilknytning et CVU eller universitet i landsdelen, evt. i et konsortium af flere institutioner, som har en særlig høj profil på det matematikdidaktiske felt. Disse filialer skal dels rumme et antal matematikkonsulenter der skal have til opgave at servicere landsdelens matematiklærere, herunder de kommunale matematikkonsulenter, på et højt og specialiseret niveau, dels rumme specialiserede samlinger af bøger (herunder nuværende og gamle lærebøger), tidsskrifter (herunder udenlandske tidsskrifter) og it-software, samt besøgs- og kursusfaciliteter for lærere og efteruddannelseshold. Det nationale ressourcecenters filialer bør bl.a. have til opgave at formidle og omsætte national og international forskning og til at initiere og medfinansiere regionale forsknings- og udviklingsprojekter med deltagelse af aktive forskere, til at yde rådgivning og støttevirksomhed vedrørende elever med særlige matematiklæringsproblemer, bidrage til varetage, og i øvrigt beskrive behov for, regional efteruddannelsesvirksomhed i tilknytning til matematikfaget og generelt være opsøgende for at få væsentlige emner for matematikundervisningen sat på dagsordenen. En matematikkonsulent på et regionalt center bør ud over en faglig og pædagogisk baggrund have fagdidaktiske kvalifikationer på ph.d.-niveau.
- For at sikre at centret opbygges på tilstrækkelig professionel grund, anbefales det at første fase koncentrerer om opbygningen af den centrale enhed og to-tre filialer med god geogra-

fisk spredning. De øvrige filialer udbygges efterhånden som der indhentes erfaringer, uddannes flere personer med den fornødne ekspertise, og opstår efterspørgsel efter udviklingsprojekter og efteruddannelse fra de kommunale netværk af matematiklærere. Desuden skal også den fornødne faglige profil hos den/de institutioner der ønsker at huse filialerne, udvikles.

Begrundelse for denne anbefaling:

De svenske og norske erfaringer med tilsvarende nationale centre (henholdsvis Nationellt Centrum för Matematikutbildning (NCM), ved Göteborgs Universitet, og Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen, ved Norges Teknisk-Naturvidenskabelige Universitet i Trondheim) peger på at sådanne centre kan spille en central rolle i den nationale oprustning af et lands matematikundervisning. Således har NCM, fx gennem udgivelse af tidsskrifter og monografier, afholdelse af konferencer og møder og sin betjening af lærere og forskere, stor betydning for den øgning af aktivitets- og kvalitetsniveauet som har kunnet spores i svensk matematikundervisning i de senere år. Der er grund til at tro at tilsvarende effekter vil kunne opnås gennem oprettelsen af et dansk center. Der findes ikke i Danmark et samlet sted, hvor myndigheder og lærere kan få adgang til koncentreret ekspertise og ressourcer for matematikundervisningen. Den eksisterende viden på matematikundervisningsfeltet er spredt over mange personer og institutioner, og det er svært at få overblik over lokaliseringen af konkret ekspertise inden for et bestemt område. Disse tilstande hæmmer både en løbende transmission til skoler og lærere af nye landvindinger inden for matematikundervisning og matematikdidaktik og udnyttelsen af tilgængelige ressourcer af forskellige slags.

I forbindelse med de under indsatsområde I påpegede store behov for efter og -videreuddannelse af matematiklærere og udvikling af professionel identitet (samt nyttiggørelse af matematikdidaktisk forskning, jf nedennævnte indsatsområde III), må den centrale enhed suppleres af et antal regionale filialer der kan medvirke til at forestå disse aktiviteter i samarbejde med andre udbydere af efteruddannelse. Centrene kan som samlingspunkt for de kommunale matematikkonsulenter og matematiklærermiljøer medvirke til at formulere og fremføre behov for uddannelses-, forsknings- og udviklingsaktiviteter, og bidrage til at sikre sammenhæng mellem de forskellige skolesystemer.

Tidshorisont for anbefalingen:

Der bør i finansloven for 2007 afsættes midler til opbygning af det nationale ressourcecenter og Undervisningsministeriet bør i takt hermed udarbejde en opbygningsplan for centeret inklusive filialer. Det samlede center bør være færdigudbygget i 2012.

Indsatsområde III:

Matematikdidaktisk forskning og nyttiggørelse heraf

Eftersom der, som beskrevet i kapitel 2, kun findes 10-12 stillinger i Danmark på adjunkt-, lektor- og professorniveau inden for matematikkens didaktik, er det mere end vanskeligt at få givet feltet et forskningsvolumen med stor gennemslagskraft.

Selv om matematikkens didaktik som forskningsfelt betragtet er internationalt, og der er store kvaliteter at hente i internationale forskningsbidrag, er der en lang række problemstillinger som dansk forskning har særlige forudsætninger for og interesse i at bidrage til, også på den internationale scene. Der er desuden forhold som er nationalt bestemte og som kræver dansk forskning for at blive udredt og forstået. Det gælder fx om- og sammenfattende indsigt i matematikundervisningens virkelighed i Danmark, og om forhold som internationale undersøgelser såsom PISA har peget på nød-

vendigheden af at komme til klarhed over. Et eksempel på dette er spørgsmålet om hvorvidt der er tale om kønsskævheder i besiddelsen af matematiske kompetencer.

Forskere og forskeruddannede personer har tillige en afgørende rolle for at de ressourcecentre som er nævnt under indsatsområde II, kan få den fornødne videnskabelige og professionelle tyngde. En satsning på udvikling af disse centre vil givetvis stille krav om mere forskning og flere forskere.

Anbefaling IIIa: Der bør foretages en markant satsning på matematikdidaktisk forskning i Danmark

Adressater: Regering og folketing, forskningsråd og forskningsinstitutioner

- Det anbefales at der i forskningsbevillingssystemet afsættes betragtelige midler til brug for matematikdidaktisk forskning, fx gennem Det Strategiske Forskningsråd.
- Det anbefales at der afsættes et markant større antal fuldfinansierede ph.d.-stipendier og post.doc.-stillinger til matematikkens didaktik.
- Det anbefales at de universiteter hvor der i forvejen findes matematikdidaktiske forskningsmiljøer, opretter flere adjunkt-, lektor- og professorstillinger inden for feltet.

Begrundelse for denne anbefaling:

Matematikdidaktisk forskning er i Danmark i hovedsagen blevet bedrevet på trods af omstændighederne. Et lille antal pionerer har imod alle odds formået at bringe Danmark på det internationale matematikdidaktiske landkort, og at sikre uddannelsen af et beskedent, men ikke forsvindende, antal ph.d'er på feltet, der har vist sig kvalificerede til at bidrage til feltets konsolidering i de yderst få stillinger der er til rådighed på universiteterne og CVU'erne. De eksisterende matematikdidaktiske miljøer er energiske, livskraftige og indgår i mange slags samarbejde med hinanden, men de er fortsat af beskeden størrelse og er stort set uden mulighed for at vokse.

Der er et meget markant underskud på midler og stillinger af enhver art. Det enkelte forskningsråd betragter typisk matematikdidaktik som liggende uden for sit område, hvorfor der kun har kunnet erhverves helt symbolske forskningsbevillinger fra forskningsrådene. Da langt de fleste offentligt finansierede ph.d.-stillinger i Danmark kræver medfinansiering fra andre kilder, og da der er en voldsom knaphed på sådanne kilder når det gælder et område som matematikdidaktik (som private virksomheder og fonde ikke ser interesse i at støtte), er det særdeles vanskeligt at få stykket finansiering sammen til ph.d.-stipendier der skal slås op frit og internationalt. Det er i særlig grad et problem, fordi det i tråd med vore øvrige anbefalinger er ønskeligt at kunne opgradere personer med baggrund og erfaringer fra forskellige slags praksis – ikke mindst CVU-ansatte – med en forskeruddannelse.

Alt dette peger på nødvendigheden af at skabe en storstilet satsning på matematikdidaktisk forskning over en bred kam.

Tidshorisont for anbefalingen:

Det strategiske forskningsråd bør gøre matematikdidaktisk forskning til et indsatsområde fra 2006. Det andet punkt bør indgå i finansloven fra 2007, mens det tredje bør indgå i de pågældende universiteters virksomhedsplaner og udviklingskontrakter fra 2007.

Anbefaling IIIb: Der bør skabes rammer og iværksættes systematiske tiltag for at nyttiggøre matematikdidaktisk forskning i matematikundervisningen

Adressater: Regering, forskningsinstitutioner samt kommuner

- Det anbefales at rammerne og vilkårene for matematikdidaktisk forskning indrettes sådan, at nyttiggørelsen af foreliggende indsigter fra forskning og udvikling i matematikundervisningen får reelle muligheder for at blive en realitet, og sådan at problemstillinger og behov fra matematikundervisningens praksis kan komme til forskernes kundskab. Således skal der skabes steder – og tidsmæssige rammer – hvor forskere, læreruddannere og lærere kan mødes personligt til fremlæggelse, fortolkning og diskussion af forskningsproblemstillinger, -projekter, -metoder og -resultater. Ressourcecentre, jf. anbefaling IIc vil være oplagte ramme for sådanne aktiviteter.
- Det anbefales at der skabes tjenstlige og finansielle muligheder for at særligt kompetente og interesserede matematiklærere, herunder skolernes resourcepersoner og kommunernes matematikkonsulenter, kan medvirke i praksisorienterede forskningsprojekter.
- Det anbefales at der i kommunerne afsættes tid og midler til at matematiklærere i et vist omfang kan deltage i relevante nationale og internationale konferencer om matematikdidaktisk forskning og udviklingsvirksomhed.
- Det anbefales at en del af undervisningsforpligtelsen for forskere i matematikkens didaktik kan indfries gennem medvirken til afholdelse af efter- og videreuddannelsesaktiviteter, som fx udbydes af de tidligere omtalte resourcecentre.

Begrundelse for denne anbefaling:

Selv om skriftlig formidling af og diskussion om forskning og udvikling er ønskelig og værdifuld, og bør have et større omfang end i dag, skal der langt mere til for at fremme nyttiggørelse af matematikdidaktisk forskning, frem for alt personlig og professionel kontakt mellem personer med forskellige roller og opgaver i matematikundervisning og -didaktik. Da sådanne kontakter og mødesteder for dem kun sjældent opstår af sig selv, er det nødvendigt med initiativer til skabelse og vedligeholdelse af dem.

Elementerne i denne anbefaling vil tjene det formål at skabe den langt mere omfattende og smidige forbindelse mellem aktørerne i matematikdidaktik og -undervisning som er nødvendig for nyttiggørelse af forskningen, og for den sags skyld også af forskerne. Anbefalingerne skal i øvrigt ses i sammenhæng med anbefalingerne Ib, I Ib og IIc i denne rapport, om efter og videreuddannelse og om matematikkonsulenter og resourcecentre, hvis gennemførelse også, hver på sin måde, vil bidrage til en betragtelig øgning i den ønskede nyttiggørelse.

Tidshorisont for anbefalingen:

De relevante parter bør fra 2006 udarbejde konkrete planer for nyttiggørelsen af matematikdidaktisk forskning inden for deres område. I takt med at de i indsatsområde II nævnte resourcecentre opbygges bør disse inddrages heri.

Indsatsområde IV:

Nye officielle bestemmelser for faget matematik, herunder en justeret formålsformulering

Som omtalt i kapitel 2 vurderer udvalget at der er store gevinster at hente for matematikundervisningen, hvis de officielle bestemmelser for faget matematik bliver gjort mere klare og begrebsligt konsistente. Ud over at klarhed og konsistens i sig selv fremmer forståelsen af fagets karakter, status og opgaver, vil ændringer i forlængelse af de nedenfor foreslåede anbefalinger gøre bestemmelser og beskrivelser langt lettere at benytte til planlægning, tilrettelæggelse, gennemførelse og evaluering af matematikundervisningen, end tilfældet er i dag. Det gælder for såvel den enkelte lærer og det enkelte lærerteam, som for alle andre der er involveret i folkeskolens matematikundervisning.

Anbefaling IVa Der bør udarbejdes nye officielle bestemmelser for faget matematik, herunder en justeret formålsformulering

Adressat: Undervisningsministeren

- Det anbefales at justere formålet for faget matematik. Udvalget foreslår følgende formulering:

Formålet med undervisningen er at bidrage til udvikling af elevernes matematiske kompetence, således at de kan begå sig hensigtsmæssigt i matematikrelaterede situationer i forskellige fag- og praksisområder af betydning for deres aktuelle og fremtidige daglig-, fritids-, uddannelses-, arbejds- og samfundsliv.

Stk. 2 Eleverne skal selvstændigt og i fællesskab erfare at matematik fordrer og fremmer kreativ virksomhed og rummer redskaber til problemløsning, analyse, argumentation og kommunikation vedrørende forskellige emner og problemstillinger, bl.a. omhandlende natur, kultur og samfund.

Stk. 3 Undervisningen skal medvirke til at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng. Med henblik på at kunne tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab, skal eleverne kunne forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse.

Bemærkning til forslaget: Udvalget finder at det hidtidige formåls betoning af at matematikundervisningen skal tage udgangspunkt i elevernes egne forudsætninger, fortsat bør være gældende. Blot hører dette ikke hjemme på formålsniveau.

- Det anbefales at der nedsættes en fagkyndig arbejdsgruppe som skal forestå udformningen af et nyt faghæfte, der tilgodeser følgende anbefalinger:
- Det anbefales at de centrale kundskabs- og færdighedsområder ombygges, så faglige emner og matematiske kompetencer bliver uafhængige dimensioner i beskrivelsen. De faglige emner omfatter: tal, algebra, geometri, funktioner, deskriptiv statistik, sandsynlighedsregning. Det er her ikke først og fremmest hensigten at indføre en række nye emner, men at gøre det klart at begreber, tankegange og metoder i tilknytning til de omtalte emner skal tages eksplícit op i undervisningen, sådan som det allerede foregår i megen god matematikundervisning i grundskolen.

- Det anbefales, at slutmål og trinmål udformes i overensstemmelse med ovenstående, både således at faglige emner og matematiske kompetencer optræder som uafhængige dimensioner i beskrivelsen, og således at fokus ligger på en beskrivelse af den ønskede progression i elevernes matematiske kompetencer i deres omgang med de faglige emner.
- Det anbefales, at udformningen af de såkaldte beskrivelser af udviklingen i undervisningen og af undervisningsvejledningen ændres, sådan at der for det første lægges vægt på de forskellige veje undervisningen kan benytte til at nå de respektive mål, og sådan at der for det andet skelnes klart mellem hvad undervisningen henholdsvis skal indeholde, og hvad der er ideer og forslag til undervisningens tilrettelæggelse. I den forbindelse bør undervisningsvejledningen udformes med anvendelse af et stort antal forskellige eksempler, således at det enkelte eksempel ikke kan opfattes som dækkende eller bindende. Det bør endvidere fremgå af vejledningen, at i – i øvrigt ønskelige – tilfælde hvor matematik indgår i forskellige former for tvær- eller flerfagligt samarbejde (herunder projekt-, tema- og emnearbejder), er det vigtigt at der er selvstændige matematikfaglige og -pædagogiske pointer med arbejdet.

Begrundelse for denne anbefaling:

Arbejdet med en revision af faghæftet bør sigte mod at frembringe bestemmelser, beskrivelser og retningslinjer der kan stå sig i en længere årrække. Det kræver et grundigt og gennemtænkt arbejde hvilende på en bred ekspertise, og bør derfor ikke forhastes.

Selv om man skal være yderst forsigtigt med for ofte at ændre bestemmelserne for et fag, fordi det sår tvivl om fagets grundlag og permanens, anser udvalget manglerne i den eksisterende fagbeskrivelse og faghæftet for at være så væsentlige at der bør foretages justeringer. Der er frem for alt tale om uklarheder og inkonsistenser som gør bestemmelser og beskrivelser vanskelige at forstå, forhold sig til og benytte, men der er også brug for i nogle henseender at tilvejebringe en faglig og didaktisk styrkelse af faget. Desuden vil en udtrykkelig inddragelse og omtale af faglige emner, som kun optræder indirekte i de eksisterende bestemmelser, bidrage til den ønskede faglige og didaktiske styrkelse.

Når udvalget foreslår at justere formålet for matematik, er der flere grunde. Udvalget mener at formålet bør være bredt og dækkende, og at man i formålet skal afholde sig fra at foreskrive bestemte tilrettelæggelser for eller arbejdsindhold i undervisningen. Det hører til andetsteds. Disse kriterier ligger til grund for udvalgets forslag til formulering, og det er kriterierne der er afgørende for udvalget. Den hidtidige formålsformulering reducerer matematik til et rent anvendelsesfag for dagligliv, samfundsliv og naturforhold. Det er efter udvalgets opfattelse ikke tilstrækkeligt ambitiøst. I udvalgets forslag til formulering af stk. 1 udbredes formålet til at omfatte matematikholdige situationer helt bredt, også i forhold til matematikken selv. Det er endvidere ønskeligt at begrebet ”matematisk kompetence” udtrykkeligt medtages i formålsformuleringen. I det nuværende stk. 2 indgår der krav til tilrettelæggelse af undervisningen, som udvalget ikke finder hører hjemme i et formål med faget. Analyse, argumentation og kommunikation er til gengæld ikke blot en del af arbejdsindholdet, men også en afgørende del af formålet med faget.

Tidshorizont for anbefalingens gennemførelse:

Arbejdet hermed bør være grundigt og gennemtænkt, og skal derfor ikke forhastes. Et udvalg bør nedsættes hurtigst muligt når de nødvendige rammebetingelser er på plads, helst i 2006. Udvalget skal have et år til at udføre sit arbejde, sigtende mod en realisering af de nye fagbestemmelser efter yderligere et år.

Indsatsområde V:

Matematikundervisningens tilrettelæggelse og materialer

Mange lærere har både kendskab til et bredt udvalg af undervisningsformer og interesse i at anvende disse mere og på en bedre måde, end det ofte sker. Men det kræver stor sikkerhed og fagligt overblik at turde bryde med en meget lærebogsstyret undervisning. Det er de overordnede faglige mål, målene for de enkelte undervisningsforløb samt de didaktiske pointer læreren fokuserer på, der skal være styrende for planlægningen, mens lærebogen, samt andre materialer og aktiviteter, er midler til at nå dette mål. Ved målene for et undervisningsforløb forstår vi det nærmere lærings- og kompetencemæssige udbytte som det pågældende undervisningsforløb sigter mod at bibringe eleverne. Ved en didaktisk pointe for et forløb forstår vi det klimaks i form af en tilspidset indsigt ("aha-oplevelse") i et fagligt begreb eller resultat, en faglig metode eller teknik, i sammenhængen mellem forskellige begreber eller emner m.v. som tilstræbes ved afslutningen af forløbet. En sådan mål- og pointestyret undervisning fordrer dog i høj grad eksistens af og adgang til didaktisk gennemarbejdede og varierede undervisningsmaterialer, ikke mindst for at læreren kan nå alle elever med de rette udfordringer. I det følgende fremsætter udvalget anbefalinger om disse områder.

Anbefaling Va: Matematikundervisningen skal tilrettelægges i forløb der fokuserer på fagpædagogiske mål og fagdidaktiske pointer

Adressater: Matematiklærere og skolernes pædagogiske ledelse

- Det anbefales at matematikundervisningen tilrettelægges i forløb med klare fagpædagogiske mål, og med fokus på didaktiske pointer. I alle forløb bør der være fokus på de matematiske kompetencer der ønskes fremmet i den foreliggende sammenhæng, og på hvordan de kan bringes i spil med de faglige stofområder som er på dagsordenen. Dette fokus bør også gøres klart for eleverne. Valg af arbejdsformer og aktiviteter i undervisningen, brugen af lærebøger og inddragelse af supplerende materialer skal være bevidst styret af de mål og pointer undervisningen netop nu retter sig imod. Det er vigtigt med en varieret undervisning, ikke for variationens egen skyld men fordi undervisningsformen skal afpasses efter de forskellige mål og pointer samt overvejelser over målgruppens karakteristika, herunder medlemmernes respektive niveau og tilgang til det faglige stof. Når matematik indgår i fler- eller tværfaglige samarbejder, skal det sikres at der er reelle, formulerede matematikfaglige mål med forløbene, således at sådanne forløb indgår som en vigtig del af den samlede matematikundervisning snarere end blot som aktiviteter hvortil matematikundervisningen afgiver tid.
- Det anbefales at den overordnede planlægning af mål- og pointestyrede undervisningsforløb sker under inddragelse af skolernes faglærerteam, jf. anbefaling Ic, og med støtte i kommunernes matematikkonsulenter og ressourcecentre, jf. anbefaling Ib, således at muligheden for refleksion og vidensdeling styrkes, og således at den enkelte matematiklærer får de bedste vilkår for med sikkerhed og faglig autoritet at kunne træffe de nødvendige valg for tilrettelæggelsen af undervisningen. Faglærerteam kan endvidere være med til at sikre matematikfagets rolle i tværfaglige samarbejder.

Begrundelse for denne anbefaling:

Der eksisterer ikke noget opdateret systematisk overblik over, hvordan dansk matematikundervisning i grundskolen er tilrettelagt og foregår i praksis. En sådan viden ville være meget relevant og et nyttigt grundlag for at træffe velbegrundede beslutninger. I fraværet af et sådant overblik må man basere sig på stikprøvebaseret viden hentet i forskellige dele af landet. Denne viden fortæller, at

undervisningsplanlægningen i meget høj grad er styret lærebogens stofgennemgang, som også i samspil med gældende bestemmelser er alene om at levere målsætningerne med undervisningstimer og -forløb. Internationale studier peger på, at der kan være betydelige gevinster at hente ved at lade undervisningsforløb og lektioner være bygget op omkring et af læreren planlagt fagligt klimaks. Arbejdet med organisering af undervisningen i eksplicitte mål- og pointestyrede forløb vil kunne trække på de potentialer, der findes hos den enkelte og hos faglærerteamet, og vil dermed kunne styrke både undervisningen og den faglige identitet og kultur på skolen.

Gennemførelse af anbefalingen forudsætter at der afsættes både tid og ressourcer på skolerne til at arbejde med udformning af eksemplariske undervisningsforløb. Endvidere vil den fornødne støtte fra ressourcepersoner og -centre, jf. anbefalingen herom, være væsentlige for rækkevidde og gennemslagskraft af de resultater, som opnås.

Tidshorizont for anbefalingens gennemførelse:

Planer for iværksættelse af det første punkt og for oprettelse af matematiklærerteam bør udarbejdes fra skoleåret 2006/2007, mens matematikkonsulenter og resourcecentre inddrages når de er ansat/oprettet.

Anbefaling Vb: Undervisningsministeriet bør tage initiativ til frembringelse af undervisningsmaterialer i matematik, hvis kvalitet svarer til ambitionerne med og i faget

Adressat: Undervisningsministeren

- Det anbefales at Undervisningsministeriet tager initiativ til frembringelse af undervisningsmaterialer i matematik hvis kvalitet svarer til ambitionerne i beskrivelsen af faget. Sigtet hermed er at få frembragt bredt sigtende, ambitiøse og fleksible undervisningsmaterialer med et vist mål af indbygget differentiering, fx lærebogssystemer med indbygget it-støtte af forskellig art, og specielle materialer rettet til forskellige elevgrupper til brug for undervisningsdifferentiering.

Det er ikke tanken at der bør skabes centralt producerede eller godkendte undervisningsmaterialer, for slet ikke at tale om censur af materialer. I stedet anbefales det at Undervisningsministeriet fremmer skabelsen af ambitiøse og gerne konkurrerende materialer, fx gennem afholdelsen af udbudsbaserede konkurrencer med tilhørende priser og publicity og ledsaget af støtte til udgivelsen.

- Det anbefales, at der skabes og vedligeholdes en centralt administreret og web-portal for inspirationsmateriale og undervisningsressourcer, hvor lærere og didaktikere kan fremlægge og diskutere idéer, materialer og erfaringer, og hvor ikke-kommercielt undervisningsmateriale kan distribueres. Denne opgave kan løses i undervisningsministerielt regi, men det vil være en oplagt opgave for det nationale resourcecenter der foreslås oprettet i anbefaling IIc. Eksempler på opgaver som en sådan portal kunne bidrage til, er supplerende materialer til særlige elevgrupper, såvel elever med læringsvanskeligheder som elever der har brug for ekstra store udfordringer, og særlige resourcesider rettet mod forældre og andre, der ønsker at støtte op omkring børns matematiklæring.

Begrundelse for denne anbefaling:

Lærebogssystemer og andre undervisningsmaterialer produceret alene på kommercielle betingelser sigter mod den størst mulige udbredelse inden for målgruppen. Det værdifulde sigte mod at være at

være appetitlige og imødekommende kommer for mange eksisterende, kommercielt producerede lærebogssystemer til at ske på bekostning af en målsætning om at være fagligt, didaktisk og pædagogisk tilfredsstillende og udfordrende. Man lader til at være tilfreds med at leve op til de officielle mindstekrav, men sigter ikke altid videre end dette.

For at styrke muligheden for at få frembragt ambitiøse, udfordrende og inspirerende lærebøger og andre undervisningsmaterialer, er det nødvendigt at bryde kommercialiseringen, i hvert fald i første omgang. Man skal naturligvis ikke tro at den blotte eksistens af sådanne undervisningsmaterialer i sig selv fører til markante forandringer i brugen af undervisningsmaterialer. Men fraværet af et tilstrækkeligt udbud af sådanne undervisningsmaterialer er tydeligvis et problem i sig selv. Hvis man tværtimod kan hjælpe udviklingen af sådanne materialer på vej, vil de kunne tjene som inspirationskilde for frembringelsen af andre undervisningsmaterialer, også sådanne der produceres på kommercielle betingelser.

Eftersom elevgrupper med særlige behov (dækkende både elever med særlige problemer med læringen af matematik og elever med særlig interesse eller talent for matematisk virksomhed) er kvantitativt overskuelige, er det særligt vanskeligt at frembringe kommercielt producerede materialer henvendt til disse grupper, fordi sådanne materialer ikke har udsigt til at give noget (stort) afkast. Fleksible og differentierende undervisningsmateriale vil næppe blive skabt uden ikke-kommerciel stimulans og støtte. Sådanne materialer vil oplagt kunne distribueres via den omtalte web-portal på linje med andet gratis inspirationsmateriale til lærere og lærergrupper, stort set uafhængigt af skolernes budgetter for undervisningsmateriale. Eksisterende erfaringer fra fx EMU og de elektroniske konferencer under "Skolekom" viser behov for it-baseret kommunikation og materialeudveksling, og de forskellige tiltag skal naturligvis samtænkes. I det her foreslåede initiativ indgår at portalens indhold redigeres fra centralt hold, at der bliver produceret indhold til portalen, at denne går på tværs af skolesystemerne, og at den er specielt forpligtet på kontakten mellem forskere og praktikere.

En særlig bemærkning om brugen af it: En omfattende mængde af matematikdidaktisk forskning viser, at brugen af it i matematikundervisningen kan føre til såvel ødelæggende som strålende resultater for matematiklæringen. Det er et gennemgående resultat, at inddragelsen af it som støtte i matematikundervisningen skal ske gennem nøje planlægning af dens opgaver og rolle i samspil med alle de øvrige komponenter heri.

Tidshorisont for anbefalingens gennemføres:
Bør igangsættes i 2006.

Indsatsområde VI: Evaluering og evalueringskultur i matematikundervisningen

Evaluering er som beskrevet i kapitel 2 et væsentligt led i skolens matematikundervisning. Den interne, løbende evaluering med et formativt sigte er det vigtigste redskab for læreren til at vurdere den enkelte elevs aktuelle faglige standpunkt og kompetenceprogression, såvel som de generelle resultater af undervisningen på klasseniveau. På den måde kan evalueringen bidrage til at læreren løbende kan justere sin undervisning på et informeret grundlag, ligesom elever – og forældre – kan få nødvendige tilbagemeldinger vedrørende udbyttet af og indsatsen i undervisningen. Der er nationalt og internationalt set en hel del evalueringsformer og -instrumenter til rådighed for formativ evaluering i matematik. Forskningen på området slår fast, at der ikke findes noget enkeltinstrument

der på dækkende og tilfredsstillende vis egner sig til at evaluere samtlige relevante matematiske kompetencer. Formativ evaluering kan i princippet være både intern, dvs. varetages af læreren selv, og ekstern, dvs. foregå under medvirken af personer som ikke selv har været indblandet i undervisningen. Sædvanligvis foregår formativ evaluering dog internt.

På dansk grund foreligger der ikke nogen oversigt over praksis for brug af evalueringsformer i matematikundervisningen. En undersøgelse heraf ville kunne give en nyttig indsigt. Det vides dog at praksis i høj grad afhænger af den eksisterende evalueringkultur blandt lærerne på skolerne, og der er givetvis god plads til udvikling, både med hensyn til hvilke evalueringsformer der anvendes og hvordan. Dette afspejles i igangværende projekter og initiativer til fremme af evalueringkulturen i skolen.

Men evaluering er også et middel til frembringelse af en opsummerende status over i hvilken grad eleven efter et, typisk længere, forløb har tilegnet sig den viden og de kompetencer, som er målet for undervisningen. Information om en sådan status – en summativ evaluering som fagtermen hedder – kan have interesse for eleven selv og dennes forældre, og for forskellige instanser som eleven kommer i berøring med, fx i efterfølgende dele af uddannelsessystemet, som et mål for elevens udbytte af undervisningen og læringsindsatsen. Også her har forskningens påpegnings af nødvendigheden af et bredspektret arsenal af evalueringsformer og -instrumenter gyldighed. Det samme gælder forskningens gentagne påpegnings af, at i et system der overhovedet betjener sig af summativ evaluering, sker der hurtigt en massiv tilbagevirkning på undervisnings- og læringsaktiviteter, på den måde at forhold, fx bestemte matematiske kompetencer, som ikke evalueres, mister opmærksomhed hos lærere og elever. ”What you assess is what you see, and hence what you get”, som det hedder i mange evalueringsspublikationer. Summativ evaluering kan være både intern og ekstern, fx ved medvirken af fagfolk fra andre institutioner.

Anbefalingerne i dette afsnit vedrører både formativ og summativ evaluering.

Anbefaling VIa: Udviklingen og brugen af forskellige evalueringsformer til løbende formativ evaluering bør styrkes

Adressater: Undervisningsministeren, kommunerne og lærerne

- Det anbefales, at der fra centralt hold tages initiativer til at kortlægge, beskrive og analysere de evalueringsformer og -instrumenter, som nationalt og internationalt benyttes til at evaluere elevernes matematiklæring og matematikkompetencer, set i forhold til de mål som er fastsat i fagets bestemmelser, eller som læreren kan fastsætte for sine undervisningsforløb. Der er behov for en vifte af forskelligartede redskaber som kan evaluere udviklingen i elevernes matematiske kompetencer og give præcise og konstruktive tilbagemeldinger til såvel elever (og forældre) som til lærerne, således at de kan bidrage til elevernes videre læring. I den forbindelse er det vigtigt at der både indgår evalueringsformer baseret på skriftlig virksomhed og på mundtlig aktivitet. Der er derfor også brug for at pege på samlede og balancerede sæt af velegnede evalueringsformer og -instrumenter, hvilket meget vel kan indebære udformningen af nye evalueringsredskaber. Nærmere bestemt anbefaler vi at Undervisningsministeriet nedsætter en arbejdsgruppe til at varetage det pågældende kortlægnings- og analysearbejde med henblik på at udsende én eller flere publikationer til inspiration for matematiklærerne i folkeskolen.

- Det anbefales at skolerne og lærerne forpligtes til at foretage løbende evaluering og dokumentere centrale dele heraf. Der bør ligge metodiske og didaktiske overvejelser bag valget af evalueringsformer. Det er vigtigt at der er tale om inspirations- og ikke tvangsmidler. Den løbende evaluering må selvfølgelig tilpasses både de kommunale læseplaner og de konkrete undervisningsforløb som lærerne sætter i værk. Der er mange veje til målet, og i den konkrete udmøntning af formativ evaluering skal læreren have betydelige frihedsgrader og muligheder for at eksperimentere med eksisterende og udvikle nye former.
- Det anbefales at evalueringskulturen på skolerne styrkes betragteligt, hvilket i høj grad er en opgave, som må henlægges til lærerne. Lærere og lærerteam i matematik skal udarbejde materialer og metoder til evalueringsformål, herunder bearbejde og nyttiggøre materialer og metoder der stilles til rådighed fra central side, således at den løbende evaluering også tjener læringsformål. Det er væsentligt at der på alle måder, og fra alle sider, støttes op om denne proces, ved at man på centralt, kommunalt og skoleniveau stiller ressourcer, ekspertise og tidsmæssige rammer til rådighed, så arbejdet med udvikling af evalueringskulturen kan få gode vilkår.
- Det anbefales at man ikke begrænser den formative evaluering til alene at bygge på centralt stillede, obligatoriske test. Sådanne test vil kun have mulighed for at teste begrænsede sider af matematiklæring og matematikkompetencebesiddelse, og vil derfor udøve en u hensigtsmæssig og ambitionsbegrænsende tilbagevirkning på undervisningen. Den formative evaluering bør derfor også støtte sig på andre instrumenter, hvilket ikke forhindrer at centralt udarbejdede diagnostiske test kan være et nyttigt instrument i en større sammenhæng.

Begrundelse for anbefalingen

Arbejdet med udvikling af matematikundervisningen med fokus på elevernes matematiktilegnelse og progressionen i deres kompetenceudvikling, forudsætter en løbende og metodebevidst evaluering af i hvilken udstrækning de mål der sættes, nås. Den feedback, som den løbende evaluering giver til lærere og elever, er afgørende information i den videre tilrettelæggelse af undervisningen. Mange af de evalueringsformer, som anvendes rundt omkring i skolerne vil være værdifulde led i et righoldigt arsenal af evalueringsformer (fx logbøger, porteføljer og projekt), mens andre vil kunne tilrettes, så de retter sig mere specifikt mod elevernes progression i tilegnelsen af matematiske kompetencer. Opgaver og aktiviteter, der tjener evalueringsformål, vil også langt hen ad vejen være de samme, som bruges til lærings- og træningsformål.

En enkelt evalueringsform vil som nævnt aldrig kunne dække alle vigtige aspekter af elevernes matematiktilegnelse. It-baserede test til afdækning af visse træk ved elevens matematikprofil kan, hvis de er hensigtsmæssigt udformet, være et udmærket supplement til andre evalueringsformer. De har bl.a. den fordel at de kan udformes niveaufleksibelt og selvrettende og kan bruges i mange forskellige sammenhænge, af den enkelte elev, læreren, faglærerteamet og skolen. De er desuden hurtige at gennemføre (ofte indenfor en lektion på 45 minutter).

Tidshorisont for anbefalingen:

Den i første punkt nævnte arbejdsgruppe bør nedsættes i 2006 og have et år til sit arbejde. De igangværende planer for styrkelse af skolernes evalueringskultur bør konkretiseres med hensyn til matematik på en sådan måde at punkterne i denne anbefaling tilgodeses. Derudover bør evalueringsformer til matematik udvikles sideløbende med arbejdet med justeringen af fagets bestemmelser, jf. anbefaling IVa.

Anbefaling VIb: Udviklingen og brugen af forskellige evalueringsformer til summativ evaluering (herunder afgangsprøver) bør styrkes

Adressat: Undervisningsministeren

- Det anbefales at nationale, eksternt satte trin- og slutevalueringer har til opgave at teste eleverne i forhold til undervisningens samlede formål og mål. Det er meget vigtigt, at sådanne evalueringer ikke tester for snævert, så kun en del af formål og mål dækkes. Den summative evaluering må benytte sig af et sæt af evalueringsformer der muliggør dette. Sammenhængen mellem undervisning og den summative evaluering skal sikres, så eleverne oplever at de benyttede evalueringsformer modsvarer det der har været på dagsordenen i undervisningen
- Det anbefales at der fortsat for alle elever sikres både en mundtlig og en skriftlig dimension i folkeskolens afgangsprøve. Den mundtlige afgangsprøve i matematik, som blev benyttet frem til 2005, var et udmærket eksempel på en prøveform som tillader at evaluere flere forskellige matematikkompetencer med god sammenhæng mellem undervisning og prøveform, men andre mundtlige former er selvsagt tænkelige.
- Det anbefales at der fra Undervisningsministeriets side igangsættes forsøgsvirksomhed om udviklingen af relevante summative, eksterne evalueringsredskaber. Erfaringer fra arbejdet med formative evalueringsredskaber kan med fordel inddrages i dette arbejde. Den afsluttende karakter som eleven sendes videre ud i verden – herunder ungdomsuddannelserne – med bør suppleres af andet materiale, som mere indgående beskriver elevens arbejde og kompetenceudvikling i matematik, fx i form af en koncentreret præsentationsportefølje, eller en sammenfattende kvalitativ beskrivelse udarbejdet af elevens lærer. Det vil give et langt bedre udgangspunkt for overgangen til ungdomsuddannelserne end den blotte karakter, og for informationsudveksling uddannelsestrinnene i mellem.

Begrundelse for nødvendigheden af denne anbefaling:

Der er et solidt forskningsmæssigt belæg for at frem for alt summativ evaluering har en kraftig tilbagevirkende effekt på undervisningen og på elevernes læringsarbejder, på godt og ondt, og derfor er et kraftigt styringsredskab. Den summative evaluering anviser det ultimative succeskriterium for undervisningen for både lærere og elever, og undervisningen vil rette sig ind på at levere det som er på dagsordenen i evalueringen, samtidig med at undervisningsmål og matematikkompetencer som ikke indgår, vil blive usynlige og have tendens til at forsvinde. Udformning af afgangsprøver er således et kraftfuldt redskab, som skal udformes med klart blik for samtlige mål og derfor med stor omtanke. I den forbindelse savnes velfunderede faglige og didaktiske begrundelser for at fjerne den velegnede prøveform, som den mundtlige afgangsprøve i matematik der blev benyttet frem til 2005, udgør.

Tidshorisont for anbefalingen:

Udformningen af folkeskolens afgangsprøver i matematik bør samstemmes med de principper for beskrivelse af faget som er indeholdt i denne rapport, i takt med at anbefalingerne realiseres.

Indsatsområde VII:

Bedre overgang til ungdomsuddannelserne

Der er særlige problemstillinger for faget matematik knyttet til overgangen fra grundskole til ungdomsuddannelse, som ikke bliver mindre af, at der er meget lidt kontakt mellem lærerne i de forskellige uddannelsessystemer. En bedre overgang kan sikre bedre progression i elevernes matematiske kompetencer.

Anbefaling VIIa: Der bør iværksættes tiltag der fremmer en fagligt og fagkulturelt set bedre overgang fra folkeskolens til ungdomsuddannelsernes matematikundervisning end tilfældet er i dag

Adressater: Kommuner og lærere

- Det anbefales at der i kommunerne etableres kontaktudvalg mellem folkeskole og ungdomsuddannelser, som skal medvirke til at sikre sammenhæng og fornuftig progression i matematikundervisningen ved skift i uddannelsesstrin. Sådanne kan etableres på mange forskellige måder, og en hensigtsmæssig praktisk udformning afhænger meget af kommunestørrelse, uddannelsesstyper og andre forhold. Udvalget vil ikke anbefale én bestemt implementering, men den kommunale matematikkonsulent, jf. anbefaling IIb, kunne stå for koordinerende funktioner, og skolernes matematikvejledere, jf. anbefaling IIa, kunne være ansvarlige for kontakten til ungdomsuddannelserne. Det er vigtigt at kontakten bliver af andet en formel art og derfor skal kontaktudvalget forestå forskellige aktiviteter, som involverer lærere på tværs af uddannelsesinstitutioner. Sådanne kunne fx bestå i gensidige skolebesøg med undervisningsobservation, udveksling af censorer mellem ungdomsuddannelsernes første år og afgangsklasserne i grundskolen, brobygningsprojekter, kontakt vedrørende uddannelses- og studieretningsvalg etc.
- Det anbefales at det nationale ressourcecenter og dets filialer, jf. anbefaling IIc, påtager sig vigtige funktioner i forhold til at sikre en bedre sammenhæng mellem skolesystemerne, herunder iværksætter efteruddannelsesaktiviteter, forsøgs- og udviklingsprojekter som vedrører overgangsproblematikken.

Begrundelse for nødvendigheden af denne anbefaling:

Der er meget lukkede skodder mellem de forskellige uddannelsesstrin, både med hensyn til traditioner, sprogbrug, krav, fag- og læringssyn. Dette forstærkes af at lærerne på de forskellige trin kommer fra adskilte dele af uddannelsessystemet, med meget forskellige matematikfaglig og matematikdidaktisk ballast. Kløfterne i uddannelsessystemet giver anledning til problemer for en hel del elever. Problemerne kan føres tilbage både til den måde, som grundskolen forbereder eleverne på, og til at aftagerinstitutionerne ikke følger hensigtsmæssigt op på de matematikkompetencer, som eleverne kommer med fra folkeskolen. Der sker ikke nogen systematisk overgangsforretning når eleverne skifter uddannelsessystem, og lærerne i modtagerinstitutionerne ved ikke ret meget om grundskoleundervisningen som sådan, for slet ikke tale om den enkelte elevs styrker og svagheder inden for matematik. Større fokus på overgangssituationen styret af et fælles udgangspunkt i matematikkompetencer, kan sikre en bedre progression. Indenfor sidste 10 år har der været flere eksempler på gode projekter vedrørende overgangen fra folkeskole til gymnasiet, blandt andet i lyset af anbefalingerne fra ”Kompetencer og matematiklæring”.

Tidshorisont for anbefalingens gennemførelse:

De relevante parter bør fra 2006 tage initiativer til at fokusere på og behandle overgangsproblemer.

4. Resumé af udvalgets anbefalinger

Indsatsområde I:

Matematiklæreres professionelle identitet, herunder grund-, efter- og videreuddannelse

Anbefaling Ia: Den faglige og fagdidaktiske grunduddannelse af matematiklærere bør styrkes betragteligt

- Uddannelsen af matematiklærere skal foregå i et miljø der rummer forskere i matematikdidaktik
- Linjefaget udvides med et halvt årsværk og adgang hertil fordrer gymnasialt B-niveau i matematik
- Linjefaget indrettes med en fælles del ledsaget af specialisering for hhv. 0.-6. og 4.-10. klassetrin

Anbefaling Ib: Det bør kræves at kun lærere med faglig og didaktisk uddannelse i matematik kan undervise i matematik i folkeskolen

- Nyansatte lærere har kun adgang til at undervise i matematik i folkeskolen hvis de har linjefag.
- Praktiserende lærere uden linjefag opgraderes til linjefagsniveau inden for en 5-års periode.

Anbefaling Ic: Matematiklæreres professionelle identitet og kompetence bør styrkes, frem for alt gennem væsentligt forøget efter- og videreuddannelse og gennem oprettelse af matematiklærerteam på skolerne

- Omfanget af efter- og videreuddannelse af matematiklærere øges betragteligt
- Lokale, regionale og nationale efter- og videreuddannelses tilbud skal være righoldige og bredspektrede; nogle af dem skal henvende sig til grupper af lærere på den samme skole
- Hver skole opretter et matematiklærerteam og sikrer mulighederne for dets virke

Indsatsområde II:

Ressourcepersoner, ressourcecentre

Anbefaling IIa: Den enkelte skoles personelle og materielle ressourcer for matematikundervisning bør øges mærkbart, bl.a. til at omfatte en funktion som matematikvejleder

- På hver skole oprettes en funktion som matematikvejleder
- På hver skole skal der forefindes et alsidigt udbud af undervisningsmaterialer af mange typer

Anbefaling IIb: Der bør i hver kommune oprettes et ressourcecenter for matematikundervisning, inklusive en stilling som matematikkonsulent

- Hver kommune opretter et ressourcecenter for matematikundervisning samt en stilling som matematikkonsulent med særlig uddannelse og erfaring

Anbefaling IIc: Der bør oprettes et nationalt ressourcecenter for matematikundervisning med regionale filialer

- Der oprettes et nationalt ressourcecenter med regionale filialer. Centrets centralenhed skal placeres med tilknytning til et fremstående matematikdidaktisk forskningsmiljø ved et af universiteterne

Indsatsområde III:

Matematikdidaktisk forskning og nyttiggørelse heraf

Anbefaling IIIa: Der bør foretages en markant satsning på matematikdidaktisk forskning i Danmark

- I forskningsbevillingssystemet afsættes betragteligt øgede midler til matematikdidaktisk forskning, fx gennem det strategiske forskningsråd
- Der afsættes et markant større antal fuldtidsfinansierede ph.d-stipendier og post.doc.-stillinger
- Universiteter med matematikdidaktiske forskningsmiljøer bør oprette flere adjunkt-, -lektor- og professorstillinger

Anbefaling IIIb: Der bør skabes rammer for og iværksættes systematiske tiltag for at nyttiggøre matematikdidaktisk forskning i matematikundervisningen

- Der skal skabes steder og rammer for at forskere, læreruddannere og lærere kan mødes og diskutere forskningsprojekter og -resultater
- En del af undervisningsforpligtelsen for forskere i matematikdidaktik bør benyttes til efter- og videreuddannelse
- Praktiserende matematiklærere skal have muligheder for at deltage i forskningsprojekter
- Praktiserende matematiklærere skal have muligheder for at deltage i konferencer om forskning og udvikling

Indsatsområde IV:

Officielle bestemmelser for og beskrivelser af faget matematik i folkeskolen

Anbefaling IVa: Der bør udarbejdes nye bestemmelser for faget matematik, herunder en justeret formålsformulering

- Der nedsættes et udvalg til udformning af et nyt faghæfte
- Formålet med faget justeres (udvalget har fremsat et forslag hertil)
- Matematiske kompetencer og faglige emner skal være uafhængige dimensioner i beskrivelsen. Emnerne omfatter tal, algebra, geometri, funktioner, deskriptiv statistik og sandsynlighedsregning
- Trinmål og slutmål affattes i overensstemmelse med det foregående punkt
- Undervisningsvejledningen bør revideres

Indsatsområde V:

Matematikundervisningens tilrettelæggelse og materialer

Anbefaling Va: Matematikundervisningen bør tilrettelægges i forløb der fokuserer på fagpædagogiske mål og fagdidaktiske pointer

- Matematikundervisningen tilrettelægges i forløb styret af klare og artikulerede fagpædagogiske mål og -didaktiske pointer

- Den overordnede planlægning af undervisningsforløb støttes af matematiklærerteamet på den enkelte skole

Anbefaling Vb: Undervisningsministeriet bør tage initiativ til frembringelse af undervisningsmaterialer i matematik, hvis kvalitet svarer til ambitionerne med og i faget

- Undervisningsministeriet tager initiativ til at fremme skabelsen af ambitiøse undervisningsmaterialer, fx gennem afholdelse af konkurrencer
- Undervisningsministeriet sikrer skabelsen af en central web-portal for inspirationsmateriale og undervisningsressourcer

Indsatsområde VI:

Evaluering og evalueringskultur i matematikundervisningen

Anbefaling VIa: Udviklingen og brugen af forskellige evalueringsformer til intern formativ evaluering bør styrkes

- Undervisningsministeriet nedsætter en arbejdsgruppe til kortlægning, beskrivelse og analyse af et righoldigt spektrum af evalueringsformer og –instrumenter til brug for matematikundervisningen
- Skolerne og lærerne forpligtes til at foretage løbende evaluering, ledsaget af dokumentation af udvalgte dele
- Matematikevalueringskulturen på skolerne styrkes betragteligt
- Den formative evaluering begrænses ikke til nationale obligatoriske test

Anbefaling VIb: Udviklingen og brugen af forskellige evalueringsformer, til summativ evaluering (herunder afgangsprøver og andre prøver) bør styrkes

- National trin- og slutevaluering må teste i forhold til matematikundervisningens samlede formål og mål
- Alle elever sikres både en skriftlig og en mundtlig dimension i folkeskolens afgangsprøve
- Undervisningsministeriet igangsætter forsøgsvirksomhed til udvikling af relevante, summative evalueringsredskaber

Indsatsområde VII:

Bedre overgang til ungdomsuddannelserne

Anbefaling VIIa: Der bør iværksættes tiltag der fremmer en fagligt og fagkulturelt set bedre overgang fra folkeskolens til ungdomsuddannelsernes matematikundervisning end tilfældet er i dag

- I kommunerne etableres kontaktudvalg mellem folkeskolens og ungdomsuddannelsernes matematiklærere m.fl.
- Ressourcecentre medvirker til at initiere og koordinere aktiviteter på tværs af uddannelsessektorerne

Følgegruppe

Desuden anbefales det at der nedsættes en følgegruppe, som løbende skal evaluere progressionen i initiativer iværksat under regeringens handlingsplan for matematik i folkeskolen.